

ВЛИЯНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ РАЗРЯДНОСТИ НА КАЧЕСТВО РАБОТЫ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С ХАОТИЧЕСКОЙ НЕСУЩЕЙ

Рассмотрено влияние ограничения разрядностей передаваемого сигнала и вычислений на качество работы корреляционного приемника хаотического сигнала.

В последнее время в радиотехнике все больше внимания стало уделяться созданию цифровых систем связи, использующих хаотическую несущую. Вследствие основного свойства хаоса — существенной зависимости от начальных условий — необходимо учитывать множество факторов при создании моделей и исследовании действующих цифровых систем связи, имеющих в своем составе дискретные генераторы хаотических последовательностей. Погрешности, возникающие при генерировании сигнала, зависят от двух основных факторов. Первый фактор — это так называемая машинная точность вычислений. Любые вычисления, как в пакетах моделирования, так и в микросхемах, проводятся с конечной точностью (машинным ε). В результате, поскольку все числа представляются конечным числом бит, воспроизводимый сигнал является псевдохаотическим, так как имеет конечное число различных дискретных значений, определяемое шириной представления чисел в вычислительной схеме, и, как следствие, он является периодическим, поскольку через некоторое число итераций значение сигнала обязательно повторит одно из предыдущих, и образуется устойчивый периодический цикл. Второй фактор — влияние алгоритма вычислений на результат. Моделирование показало, что при расчетах не всегда результат некоторой операции F с операндами a и b совпадает с результатом той же операции с операндами, взятыми в другой последовательности, т.е., например,

$$F(a, b) \neq F(b, a).$$

Более того, при моделировании одной и той же вычислительной схемы на ЭВМ в разных математических пакетах могут получаться различающиеся результаты (вследствие того, что в разных пакетах используются различные алгоритмы для решения одной и той же задачи).

Эти два фактора являются объективными в том смысле, что инженер может лишь учитывать их влияние. Хотя в некоторых пакетах

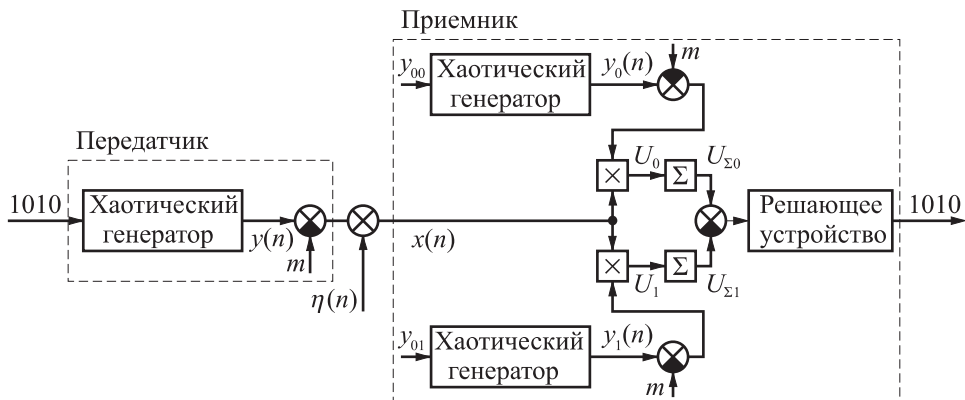


Рис. 1. Структурная схема системы связи

можно изменять машинную точность (в частности, пакеты Maple, а также Matlab, содержащие ядро символьных вычислений Maple, позволяют производить символьные вычисления с произвольной точностью). Обратной стороной повышения машинной точности является несоразмерное возрастание временных затрат.

Можно назвать еще и третий, субъективный фактор — намеренное сокращение разрядности для ускорения вычислений или повышения пропускной способности системы. Рассмотрим влияние всех этих факторов на примере корреляционного приемника.

Корреляционный приемник хаотического сигнала. Для анализа влияния ограничений разрядности используем корреляционный приемник хаотического сигнала, структурная схема которого изображена на рис. 1. В состав передатчика включен хаотический генератор, который воспроизводит последовательности строго определенной длины N . Сообщение передается путем модулирования начальными условиями y_{00} и y_{01} , которые соответствуют информационным посылкам “0” и “1”.

Полученный хаотический сигнал центрируется — для этого из него вычитается математическое ожидание m , которое можно рассчитать заранее, поскольку генерируемая последовательность известна. Предположим, что в канале действует аддитивный белый шум $\eta(n)$.

С учетом сказанного, поступающий на вход приемника сигнал определяется формулой

$$x(n) = y(n) - m + \eta(n). \quad (1)$$

В приемнике имеется два независимых хаотических генератора, каждый из которых идентичен генератору, установленному в передатчике. Один из них воспроизводит хаотические последовательности с начальным условием y_{00} , другой — с начальным условием y_{01} .

Полученные последовательности (реплики) центрируются и на каждом такте перемножаются с поступающим на вход приемника сигналом $x(n)$.

Произведения $U_0(n)$ и $U_1(n)$ реплик и сигнала $x(n)$ накапливаются в сумматорах; когда число принятых отсчетов становится равным N , результаты накопления $U_{\Sigma 0}$ и $U_{\Sigma 1}$ поступают на решающее устройство, которое ставит в соответствие положительной разности $U_{\Sigma 0} - U_{\Sigma 1}$ “0”, отрицательной — “1”. После этого сумматоры сбрасываются, и в следующие N тактов проводится прием следующего бита информационного сигнала.

В такой схеме предполагается, что работа приемника и передатчика является синхронизированной, т.е. генераторы в передатчике и приемнике начинают воспроизводить хаотические последовательности одновременно.

Оценка влияния ограничения разрядности передаваемого сигнала на работу системы передачи информации. В схеме работы приемника на каждом такте передатчик отправляет в канал значение амплитуды хаотического сигнала. На практике в цифровой системе передается не аналоговая амплитуда сигнала, а последовательность бит, определяющая значение амплитуды. Например, при представлении числа с двойной точностью необходимо передать 64 бита. Из них 1 разряд — знаковый, 11 разрядов представляют степень (порядок) и 52 — нормированную часть числа (дробную часть) (в соответствии со стандартом IEEE). В результате, информационная скорость оказывается довольно низкой, поскольку, например, при использовании хаотических последовательностей длины $N = 64$ приходится передавать $64 \cdot 64 = 4096$ бит на 1 бит информационного сигнала. В целях повышения скорости передачи могут передаваться не все биты представления значения амплитуды $y(n)$, а только их часть. Например, если амплитуда сигнала принимает значения в интервале $[0, 1]$, нет смысла передавать знаковый бит. Биты порядка можно также отбросить. Кроме того, можно отбросить часть младших бит дробной части числа. Таким образом, например, при сокращении числа передаваемых бит с 64 до 32 повышается информационная скорость в $64/32 = 2$ раза, а до 8 — в 8 раз, что является уже достаточно существенным.

Оценим влияние искусственного сокращения разрядности на качество работы системы связи. Для этого рассмотрим, как меняются напряжения на выходах сумматоров в зависимости от установленной разрядности передаваемого сигнала.

В качестве хаотического генератора выберем логистическое отображение

$$y_n = \alpha y_{n-1}(1 - y_{n-1}). \quad (2)$$

В работе [1] были найдены начальные значения генератора хаотических последовательностей для длины реализаций хаотического сигнала 64 отсчета:

$$64 \text{ отсчета: } y_{00} = 0,1335; \quad y_{01} = 0,2800.$$

Моделирование проводилось в пакете Matlab 6.1 при двойной точности вычислений. При этом был выбран параметр отображения $\alpha = 3,99$ [1], чтобы обеспечить хаотическую динамику системы.

Разрядность передаваемого сигнала ограничивалась следующим образом. Значение амплитуды умножалось на 2^m , где m — заданная разрядность. После этого у результата отбрасывалась дробная часть, и в канал передавались m бит двоичного представления результата всех описанных операций:

$$\tilde{x}(n) = \lfloor x(n) \cdot 2^m \rfloor. \quad (3)$$

В приемнике проводилось преобразование полученного сигнала обратно в формат двойной точности путем деления на 2^m . Шум в канале не учитывался.

Приведем графики зависимости отношения $U_{m\Sigma}/U_{d\Sigma}$ от заданной разрядности m . Здесь $U_{\Sigma} = U_{\Sigma 1} - U_{\Sigma 0}$ — амплитуда напряжения, поступающего на вход решающего устройства при передаче m бит; а $U_{d\Sigma} = U_{d\Sigma 1} - U_{d\Sigma 0}$ — то же при передаче всех 64 значащих разрядов.

Графики, приведенные на рис. 2, иллюстрируют тот факт, что вовсе необязательно передавать все разряды. Например, уже при разрядности $m = 8$ напряжение на входе решающего устройства всего на 0,5 % меньше, чем то же напряжение при передаче 64 разрядов. Ошибка очень мала, а вот скорость передачи возрастает в $64/8 = 8$ раз. При разрядности $m = 4$ напряжение отличается примерно на 10%. Если уровень шумов в канале не слишком высок, то можно использовать $m = 4$, тем самым повысив скорость передачи уже в 16 раз.

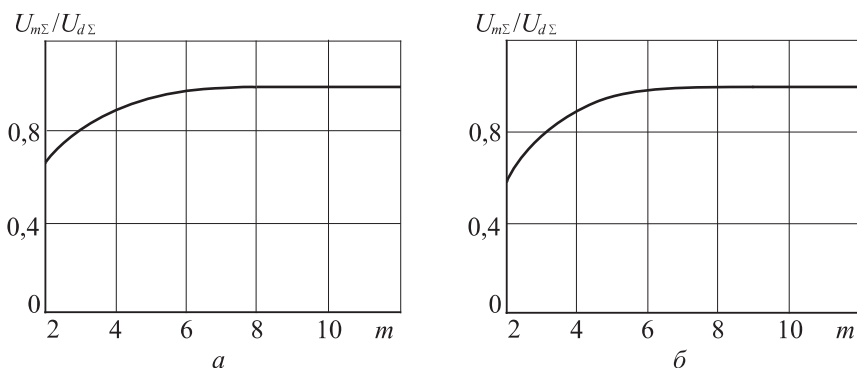


Рис. 2. Зависимости отношения $U_{m\Sigma}/U_{d\Sigma}$ от заданной разрядности m при передаче информационного бита “0” (а) и “1” (б)

Оценка влияния ограничения разрядности вычислений на процесс генерирования хаотического сигнала. Рассмотрим хаотический генератор, описываемый отображением полукружности

$$y_n = 2\alpha\sqrt{0,25 - (y_{n-1} - 0,5)^2}. \quad (4)$$

Предположим, что все вычисления проводятся в целочисленной арифметике. Ограничившись заданной разрядностью m , представим в целых числах значения хаотического сигнала по формуле (3). Затем введем целочисленные аналоги операций. Естественно, что замена некоторых операций вносит погрешность, которая тем меньше, чем больше разрядность m . Например, операции сложения и вычитания не вносят погрешности; операция умножения может вносить погрешность, если результат операции представляется в разрядной сетке ширины m (результат может выйти за пределы разрядности). Хотя, если хранить результат умножения в формате разрядности $2m$, то погрешности не возникает.

Такие функции, как извлечение корня и различные тригонометрические операции, требуют введения специальных целочисленных алгоритмов для их реализации. Если разрядность m невелика, то возможно применение таблиц, т.е. заранее вычисляется таблица значений функции для всех значений аргумента. С ростом m растет размер таблицы и количество ее элементов становится равным количеству различных возможных значений аргумента или 2^m . В этом случае используются приближенные целочисленные алгоритмы.

Так или иначе, любая операция в целочисленной логике осуществляется с внесением погрешности не более половины младшего разряда, т.е. целая часть числа всегда определяется точно.

Моделирование проводилось в пакете Matlab 6.1. При взятии корня \sqrt{x} результат округлялся до целых чисел.

Благодаря тому, что ошибка в каждой операции не влияет на младший разряд результата, моделирование в математическом пакете дает те же результаты, которые были бы получены при использовании специального процессора с целочисленной логикой разрядности m .

Вводя ограниченную разрядность m , мы ограничиваем и количество различных значений амплитуды хаотического сигнала. Поэтому период генерируемого сигнала не может превысить 2^m . На практике он оказывается намного меньше. Поэтому важно определять момент возникновения периодики в сигнале и отбрасывать ее. Это особенно важно в целях повышения скрытности передачи, так как периодические участки предоставляют дополнительную информацию о сигнале, что является крайне нежелательным.

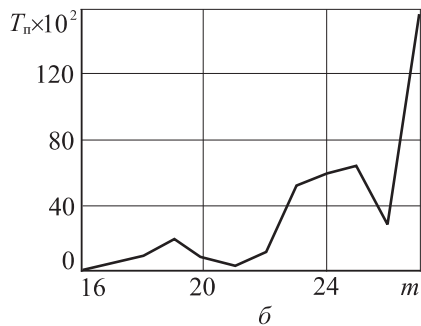
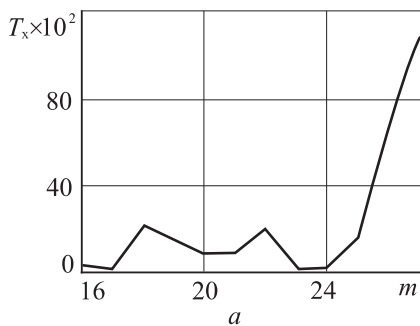


Рис. 3. Зависимость длины хаотического (а) и периодического (б) участков от разрядности вычислений m

Приведем графики зависимости длин хаотического и периодического участков от разрядности вычислений m (рис. 3). Расчеты проводились при начальном условии генератора $y_0 = 0,4$ и параметре отображения $\alpha = 0,98$.

Следует заметить, что зависимость длин участков от разрядности m определяет лишь общую картину, в то время как при одной и той же разрядности, но различных начальных условиях длины соответствующих хаотических участков могут отличаться во много раз.

Для того чтобы повысить возможную длину хаотического участка, требуется достаточно высокая разрядность m . Это значительно увеличивает сложность проектируемых микросхем — генераторов хаотического сигнала.

Пример влияния алгоритма вычислений на процесс генерирования хаотического сигнала. Рассмотрим логистическое уравнение (2). Очевидно, что реализации хаотического сигнала совпадают для начальных условий, симметричных относительно 0,5, т.е. для y_0 и $\tilde{y}_0 = 1 - y_0$ выполняется

$$y_1 = \tilde{y}_1. \quad (5)$$

Действительно, на первой итерации для y_0 имеем

$$y_1 = \alpha y_0 (1 - y_0) = \alpha y_0 \tilde{y}_0, \quad (6)$$

аналогично для \tilde{y}_0 получаем

$$\tilde{y}_1 = \alpha \tilde{y}_0 (1 - \tilde{y}_0) = \alpha \tilde{y}_0 y_0. \quad (7)$$

Поскольку операция умножения скаляров коммутативна, то равенство (5) очевидно. Однако та же операция, реализованная на ЭВМ, не обеспечивает выполнение условия (5), поскольку результат уже зависит от вычислительной схемы. На рис. 4 приведена зависимость ошибки $\varepsilon_i = |y_i - \tilde{y}_i|$ от номера итерации i . Расчеты выполняли при начальных условиях $y_0 = 0,7$ и $\tilde{y}_0 = 0,3$, параметре отображения $\alpha = 3,90$ и формате двойной точности для хранения чисел.

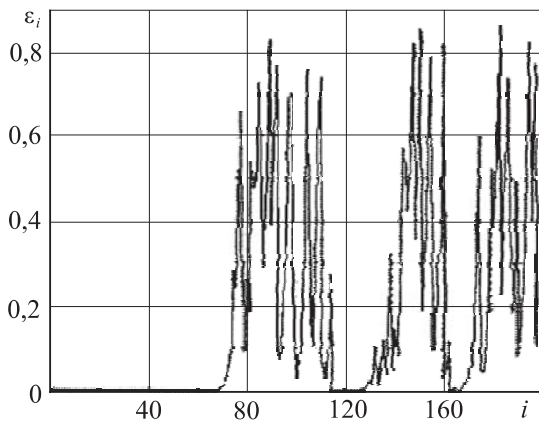


Рис. 4. Зависимость ошибки $\varepsilon_i = |y_i - \tilde{y}_i|$ от номера итерации i

Две траектории, которые в идеале должны были совпадать, в данном примере можно считать близкими лишь на малом участке — примерно 60 итераций. Пока траектории еще близки, ошибка растет по экспоненциальному закону, где показатель экспоненты определяется показателем Ляпунова для заданного начального условия y_0 и параметра отображения α . Когда траектории окончательно расходятся, ошибка становится непредсказуемой, так как фактически она является разностью двух различных хаотических сигналов, т.е. сама служит хаотическим сигналом.

Заключение. Проведенный анализ влияния показал существенную зависимость результатов генерирования сигнала от разрядности вычислений и алгоритма вычислений. Для уменьшения погрешности и получения более длинных участков хаоса в сигнале на выходе генератора целесообразно увеличивать разрядность, что приводит к возрастанию интегральной сложности микросхем и уменьшению пропускной способности системы. С другой стороны, намеренное уменьшение разрядности передаваемого сигнала, наоборот, позволяет значительно увеличить пропускную способность системы. На практике необходимо выбрать оптимальную разрядность с точки зрения баланса между стоимостью технической реализации и качеством работы системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратьев А. В., Самохвалов А. А. Использование динамического хаоса в цифровых системах связи // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2004. – Т. 9, № 8. – С. 55–61.
2. Лебединский А. С. Системы передачи информации с цифровым генератором хаотической несущей: Дис. ... канд. техн. наук / МЭИ. – М., 2002. – 156 с.
3. Шахтарин Б. И. Случайные процессы в радиотехнике. Ч. 1. Линейные системы. – М.: Радио и связь, 2002. – 568 с.

Статья поступила в редакцию 4.11.2004

Андрей Александрович Самохвалов родился в 1981 г., окончил в 2004 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Автономные информационные и управляющие системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области математического моделирования цифровых систем связи.

A.A. Samokhvalov (b. 1981) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2004. Post-graduate of “Autonomous Information and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in mathematical simulation of digital communication systems.

Артем Викторович Кондратьев родился в 1981 г., окончил в 2004 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Автономные информационные и управляющие системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области математического моделирования цифровых систем связи.

A.V. Kondratiev (b. 1981) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2004. Post-graduate of “Autonomous Information and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in mathematical simulation of digital communication systems.

Вниманию читателей!

Начинается подписка на журнал “Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана”. Серия “Приборостроение” на 2-е полугодие 2006 г. Подписку на журнал можно оформить в почтовых отделениях по каталогу “Газеты, журналы” ОАО “Агентство “Роспечать”.

Образец заполнения абонемента на полугодие

ф. СП-1

Федеральная служба почтовой связи РФ
ГПС «Моспочтамт»

АБОНЕМЕНТ		на газету журнал	72783								
Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана сер. “Приборостроение”		(индекс издания)									
(наименование издания)		Количество комплектов:	2								
на 2006 год по месяцам:											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
								X			X
Куда											
(почтовый индекс)				(адрес)							
Кому											
(фамилия, инициалы)											

ДОСТАВОЧНАЯ КАРТОЧКА

ДОСТАВОЧНАЯ КАРТОЧКА		на газету журнал	72783								
Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана сер. “Приборостроение”		(индекс издания)									
(наименование издания)											
Стоимость	подписки	500 руб. 00 коп.	Количество комплектов								
	переадресовки	руб. коп.	2								
на 2006 год по месяцам:											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
								X			X
Куда											
(почтовый индекс)				(адрес)							
Кому											
(фамилия, инициалы)											