

УДК 681.2.083

А. Ю. Г о р б а ч ё в

## ПРИМЕНЕНИЕ ОДОМЕТРОВ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ИНТЕГРИРОВАННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

*Построена математическая модель комплексирования одометрического датчика с инерциальной навигационной системой и приемником спутниковой навигационной системы для определения координат наземного транспортного средства. Представлены экспериментальные результаты проверки данной модели. Эффективность интегрированного решения проверена с помощью математического моделирования.*

**E-mail:** gor37@mail.ru

**Ключевые слова:** инерциальная навигация, спутниковая навигация, интегральные системы, одомер.

Использование интегрированных навигационных систем в составе приемника спутниковой навигационной (СНС) и инерциальной навигационной системы (ИНС) низкого класса точности является в настоящее время широко распространенным решением для навигации наземных транспортных средств различных классов. Однако точность такого решения ограничена, с одной стороны, стандартной паспортной точностью приемника СНС, а с другой, — низкой точностью доступных коммерческих инерциальных датчиков. Использование ИНС более высокой точности ведет к серьезному удорожанию всей системы, что не всегда приемлемо для массовых применений. Альтернативным решением может быть использование информации одометрического датчика, входящего в стандартную комплектацию любого автомобиля.

Известно решение задачи коррекции данных одометра по данным СНС, получившее практическое применение для измерения геометрических параметров рельсового пути [1]. Решена задача использования одометра совместно с гироскопами и СНС. Подобные системы нашли применение для контроля общественного транспорта в городах Торонто и Болонья [2]. Более сложной задачей является комплексирование одометрического датчика с полноценной интегрированной ИНС–СНС, что теоретически должно улучшить точность определения координат. Для решения этой задачи необходимо построить адекватную математическую модель системы. Такая модель будет служить базисом при построении алгоритма комплексирования и программы, которая будет реализовывать данный алгоритм, используя вычислительные ресурсы

прибора. Также ее применение позволит предварительно оценить повышение точности при определении координат с помощью ИНС–СНС и с учетом данных одометрического датчика при различных внешних условиях, влияющих на точность одометра и (или) компонентов ИНС–СНС.

В настоящей работе выведены необходимые соотношения для включения данных одометра в стандартную модель погрешности ИНС–СНС (которая описана, например, в работе [3]) и проведена экспериментальная проверка их адекватности. По экспериментальным данным подобраны постоянные параметры этой модели. Переменные параметры выбраны согласно условиям моделирования. Исходя из анализа результатов моделирования при различных комбинациях переменных параметров сделан вывод о целесообразности комплексирования данных одометра и ИНС–СНС.

**Принцип комплексирования одометра и ИНС–СНС.** Одометр (от греч. *óðos* — проход, *μέρος* — мера)— прибор для измерения числа оборотов колеса. С его помощью может быть измерен пройденный колесным или гусеничным транспортным средством (ТС) путь. Если принять, что колесо непрерывно сцеплено с дорогой нижней точкой (т.е. ее скорость будет нулевая) и, так как центральная точка колеса движется со скоростью  $V$  транспортного средства (ТС), то угловая скорость колеса будет

$$\omega = V/R, \quad (1)$$

соответственно, при прохождении пути  $S$  колесо будет поворачиваться на угол

$$\Omega = S/R.$$

При повороте колеса на один оборот (т.е. на угол  $2\pi$ ) ТС продвинется на  $S_1 = 2\pi R$ . Следовательно, полный пройденный путь составит

$$S = n \cdot 2\pi R, \quad (2)$$

где  $n$  — число оборотов колеса.

Тогда

$$V = \frac{dn}{dt} 2\pi R. \quad (3)$$

Аналогично вычисляются производные более высоких порядков.

Погрешности одометра делятся на инструментальные и методические. Инструментальные погрешности являются следствием пробуксовки, разной скорости вращения колес в наземном ТС, прогиба колеса под действием силы тяжести, погрешности формы колеса.

При нарушении сцепления с дорогой (пробуксовке и блокировке) уравнения (1), (2) и (3) теряют свою силу, и необходимо корректировать показания одометра. Например, при развороте наземного ТС с

единой осью наблюдается пробуксовка колеса, перемещающегося по внутренней траектории. В данном случае показания одометра будут соответствовать пути, пройденному по внешней траектории. Пройденный путь по внутренней траектории вычисляется по формуле

$$S_{\text{вн}} = S_{\text{нар}} \frac{\rho_{\text{вн}}}{\rho_{\text{нар}}}, \quad (4)$$

где  $S_{\text{вн}}$  — путь по внутренней траектории;  $S_{\text{нар}}$  — путь по внешней (наружной) траектории;  $\rho_{\text{вн}}$  — радиус кривизны движения по внутренней траектории;  $\rho_{\text{нар}}$  — радиус кривизны движения по внешней траектории.

Радиус наружной траектории находят из соотношения

$$\rho_{\text{нар}} = V_{\text{нар}}/\omega_z, \quad (5)$$

где  $\omega_z$  — угловая скорость вращения ТС.

Поскольку ТС — твердое тело, то  $\rho_{\text{вн}}$  можно определить как

$$\rho_{\text{вн}} = \rho_{\text{нар}} - L, \quad (6)$$

где  $L$  — ширина ТС.

Подставляя уравнения (5) в выражение (6) и затем последнее в уравнение (4), получаем

$$S_{\text{вн}} = S_{\text{нар}} \left( \frac{\dot{S}_{\text{нар}}}{\omega_z} - L \right) \frac{\omega_z}{\dot{S}_{\text{нар}}} = S_{\text{нар}} \left( 1 - L \frac{\omega_z}{\dot{S}_{\text{нар}}} \right).$$

В ТС, колеса которого вращаются с разной скоростью,  $S_{\text{вн}}$  также находят в результате измерения (со второго одометра). Следовательно, необходима установка двух одометров. Истинный путь ТС вычисляется как среднее арифметическое путей, измеренных этими одометрами:

$$S = (S_1 + S_2)/2.$$

Если ТС имеет колеса с воздушными камерами, то измеренный радиус отличается от так называемого эффективного — под действием силы тяжести такие камеры прогибаются на определенную величину  $\delta R_{\text{пр}}$ . Это будет давать ошибку

$$\Delta S = S \frac{\delta R_{\text{пр}}}{R}.$$

Для ее учета необходимо измерить радиус колеса до и после установки на ТС (с параметрами, идентичными экспериментальным). Определив  $\delta R_{\text{пр}}$  при разном давлении в камерах, можно установить допустимый разброс давлений для проведения экспериментов.

В предыдущих расчетах колеса принимались круглыми. На практике данная модель является приближенной из-за отклонения реальной формы колеса от идеально круглой. Некруглость вызывает ошибки двух видов:  $\delta R_{\text{const}}$  — связанную с неверным определением центра

колеса и  $\delta R_{\text{var}}$  — отклонение текущего (в момент соприкосновения с дорогой) радиуса колеса от среднего. При постоянном курсе за время оборота колеса ошибка от  $\delta R_{\text{var}}$  усредняется. Как правило,  $\omega_z$  принимает достаточно малые значения и для наземного ТС величиной  $\delta R_{\text{var}}$  можно пренебречь.

Наиболее распространенной конструкцией одометра является колесо, угловая скорость вращения которого механически синхронизирована с колесом ТС. При повороте такого измерительного колеса на целый оборот или  $1/k$  оборота происходит замыкание (размыкание) электрической цепи, что приводит к генерации сигнала на приемном устройстве, также включенном в эту цепь. Поэтому исходя из формулы (2) за время между двумя импульсами измеряется пройденный ТС путь

$$S_{Ti} = 2\pi R/k. \quad (7a)$$

Выходным сигналом одометра является число импульсов, сгенерированных в течение определенного постоянного интервала времени — такта ( $T$ ). Длительность такта зависит от конкретной модели одометра. Такое представление данных имеет свою методическую погрешность — неизбежна ситуация, когда  $1/k$  часть оборота начнется в одном такте, а закончится в другом. Тогда расстояние, пройденное в первом интервале, будет приписано второму интервалу, что создаст погрешность в исчислении пройденного пути в данный момент времени, и при наличии  $\omega_z$  создаст накапливающуюся погрешность в исчислении координат во все последующие моменты времени. Определим эту суммарную погрешность, введя следующие обозначения:  $T_i$  — время между  $i$ -м и  $(i + 1)$ -м импульсами;  $\delta_1$  — время между началом временного промежутка и первым импульсом;  $\delta_2$  — время между последним импульсом и концом временного промежутка.

Из рис. 1 видно, как проявляется данная погрешность.

Рассмотрим два предельных случая:

1)  $\delta_1, \delta_2 \rightarrow 0$ . В этом случае первый импульс на промежутке  $T$  — шумовой, так как за нулевое время не произошло оборота колеса, а прибор показывает  $1/k$  оборота. Остальные импульсы полностью соответствуют реальному вращению колеса. Итоговая погрешность составляет  $\Delta S_+ = S_{Ti}$ ;

2)  $\delta_1 \rightarrow T_1, \delta_2 \rightarrow T_T$  — обратный случай. Здесь наблюдается отклонение в обратную сторону, т.е. на один совершенный поворот колеса

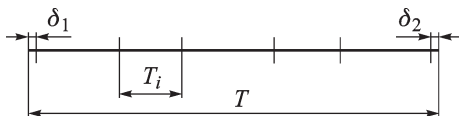


Рис. 1. Связь погрешности одометра с погрешностью в измерении курса ТС

на  $1/k$  оборота не приходится соответствующего ему импульса и, следовательно,  $\Delta S_- = -S_{T_i}$ .

Объединив оба случая, получаем максимальную погрешность  $\Delta S_{+/-} = \pm S_{T_i}$ .

Если предположить, что движение за время  $T_i$  в среднем равномерное, то погрешности будут распределены равномерно между двумя предельными случаями. Математическое ожидание данной погрешности выражается как  $\Delta S_M = 0$ .

Среднеквадратическое отклонение составит

$$\sigma_{\Delta S} = \sqrt{\int_0^{T_1} \left(\frac{\delta}{T_i}\right)^2 d\delta} \cdot 2\pi R/k = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi R/k. \quad (76)$$

Скорость за интервал времени  $T_i$  —

$$V_i = S_{T_i}/T_i,$$

соответственно, погрешность по скорости будет равна

$$\Delta V_i = \frac{S_{T_i} + \Delta S}{T_i} - \frac{S_{T_i}}{T_i} = \frac{\Delta S}{T_i}$$

и при частоте дискретизации измерений 10 Гц она составит

$$\Delta V_i = 10\Delta S_{T_i}. \quad (8)$$

Соответственно,

$$\Delta A_i = \frac{V_i + \Delta V_i - (V_{i-1} + \Delta V_{i-1})}{T_i} = \frac{\Delta V_i - \Delta V_{i-1}}{T_i}.$$

Если использовать метод максимума/минимума, считая  $\Delta V_i$  максимальным, а  $\Delta V_{i-1}$  — минимальным, получаем

$$\Delta A_i = \frac{\Delta V_i - \Delta V_{i-1}}{T_i} = \frac{2\Delta V_i}{T_i}. \quad (9)$$

Подставляя уравнение (8) в выражение (9), при частоте 10 Гц получаем погрешность в определении ускорения

$$\Delta A = 200\Delta S.$$

Если известны начальные координаты, то, зная курс в каждый момент времени, можно вычислить приращение координат по показанию одометра:

$$\begin{cases} \Delta x_{T_i} = S_{T_i} \sin \psi \\ \Delta y_{T_i} = S_{T_i} \cos \psi \end{cases},$$

где  $\Delta x_{T_i}$  — приращение по восточной координате;  $\Delta y_{T_i}$  — приращение по северной координате;  $\psi$  — курс, измеренный датчиком курса

(ДК). В общем случае ДК представляет собой цифровое устройство или комплекс устройств, выдающее на выходе данные о курсе через равные промежутки времени (такты). Для определения приращения широты и долготы для условий данной задачи достаточно точности шарообразной модели земли. Поэтому соотношения примут вид

$$\begin{cases} \Delta\lambda_{T_i} = \frac{S_{T_i} \sin \psi}{R \cos \varphi}; \\ \Delta\varphi_{T_i} = \frac{S_{T_i} \cos \psi}{R}, \end{cases} \quad (10a)$$

где  $R$  — радиус Земли.

Разность фактического перемещения ТС и измеренного системой одометр–ДК в течение такта одометра (в зависимости от погрешности курса  $\Delta\psi$ ) будет вычисляться по формуле:

$$\delta S_{T_i} = 2S_{T_i} \sin(\Delta\psi/2),$$

что показано на рис. 2, как соотношение сторон  $BB'$  и  $AB$  равнобедренного треугольника.

Если известна среднеквадратическая ошибка ДК —  $\sigma_{\Delta\psi}$ , то при углах менее  $2^\circ$  с относительной погрешностью  $2 \cdot 10^{-4}$  при замене  $\sin x$  на  $x$ , получим следующее равенство:

$$\sigma(\delta S_{T_i}) = 2S_{T_i} \sigma(\sin(\Delta\psi/2)) \approx S_{T_i} \sigma_{\Delta\psi}, \quad (10b)$$

где  $\sigma(\delta S_{T_i})$  — среднеквадратическое отклонение  $\delta S_{T_i}$ .

Для  $n$  тактов при нормальном дискретном белом шуме будет действовать формула

$$\sigma(\Delta S_{\text{од}}) = \sqrt{n} \sigma(\delta S_{T_i}) = \sqrt{n} S_{T_i} \sigma_{\Delta\psi}, \quad (11)$$

где  $\Delta S_{\text{од}}$  — расстояние между точкой, в которую переместилось ТС после завершения пути, и конечной точкой перемещения ТС, полученной при оценке системы одометр–датчик курса.

В реальных одометрах необходимо учитывать следующие факторы.

1. В течение одного такта одометра ошибка приблизительно одинаковая, поэтому ошибки от всех импульсов складываются. Иначе говоря, если одометр показал, что в течение одного такта прошло 4 импульса, то ошибка по координатам будет в 4 раза больше по сравнению с одним импульсом, а не в 2 раза, как следует из формулы (11).

2. Если длительность такта ДК в  $n$  раз больше длительности такта одометра, то ошибки будут складываться за период  $nT$ , где  $T$  — длительность такта одометра.

Таким образом, формула (11) приобретает следующий вид:

$$\sigma(\Delta S_{\text{од}}) = \sqrt{\sum_{k=1}^m (\sigma(\delta S_{T_i}) N_k)^2}, \quad (12)$$

где  $N_k$  — число импульсов одометра за время одного такта ДК;  $m$  — число тактов ДК за время проезда ТС.

Комплексирование данных одометра, ДК и координат СНС для определения координат ТС предполагает решение задачи минимизации расстояния между оцениваемым и истинным положением точки траектории ТС:

$$\delta x^2 + \delta y^2 = \min,$$

где  $\delta x, \delta y$  — ошибки в оценке положения по северной и восточной координатам соответственно. Согласно такой постановке задачи оптимальной для оценки  $\delta x, \delta y$  является фильтрация по методу Калмана [4]. Для ее реализации в дискретной форме следует уравнения, характеризующие компоненты интегрированной системы, привести к стандартному виду[5]:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= \Phi X_k + \Gamma U_k; \\ Z_k &= H X_k + V_k. \end{aligned} \quad (13)$$

В этих выражениях  $X$  — вектор-столбец состояния размерности  $n$ ;  $\Phi$  — матрица объекта размера  $n \times n$ ;  $\Gamma$  — матрица входа размера  $n \times q$ ;  $H$  — матрица выходных сигналов размера  $r \times n$ ;  $Z$  — вектор-столбец измеряемых сигналов размерности  $r$ ;  $U$  — вектор-столбец входных шумов размерности  $q$ ;  $V$  — вектор-столбец измерительных шумов размерности  $r$ .

Примем за параметры состояния ошибки измерения одометром координат, а за измеряемые сигналы — измерения этих ошибок с помощью СНС. Ошибку СНС по координатам  $x$  и  $y$  будем считать одинаковой. Тогда стандартные параметры уравнений (13) будут иметь вид

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} x_{\text{од}} - x \\ y_{\text{од}} - y \end{bmatrix}; \quad Z = \begin{bmatrix} x_{\text{од}} - x_{\text{СНС}} \\ y_{\text{од}} - y_{\text{СНС}} \end{bmatrix}; \\ \Phi &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ Q &= \begin{bmatrix} (\sigma(\delta S_{Ti}) N_k)^2 & 0 \\ 0 & (\sigma(\delta S_{Ti}) N_k)^2 \end{bmatrix}; \\ R &= \begin{bmatrix} \frac{\sigma(\delta S_{\text{СНС}})^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sigma(\delta S_{\text{СНС}})^2}{2} \end{bmatrix}; \\ H &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $Q$  — матрица входных возмущений размера  $q \times q$ , представляющая собой математическое ожидание  $[U, U^T]$ ;  $R$  — матрица измерительных шумов размера  $r \times r$ ;  $\delta S_{\text{СНС}}$  — ошибка СНС в определении положения ТС.

Для оптимальности данного фильтра необходимо, чтобы любой из элементов  $U$  и  $V$  описывался как процесс дискретного белого шума. Зависимость  $\delta S_{\text{СНС}}(t)$  в целом удовлетворяет этому условию [6]. Зависимость  $\Delta S_{\text{од}}(t)$  также описывается данным процессом согласно уравнениям (11) и (12), если  $\Delta\psi(t)$  — представляет собой белый шум. Это условие выполняется, если аппаратной реализацией ДК является СНС. Согласно приведенному анализу необходимо учесть, что данная модель справедлива, если можно определить  $\delta R_{\text{пр}}$ ,  $\delta R_{\text{const}}$ , проскальзывание колес ТС, а также компенсировать погрешность (76).

Следует отметить, что элементы матриц  $Q$  и  $\Gamma$  динамически изменяются во времени. Дальнейшее составление модели комплексирования можно провести по стандартной методике [3].

Для компенсации погрешности в определении пройденного пути, найденной в уравнении (76), а также для оценки скорости ТС можно комплексировать показания одометра и акселерометра. Пусть имеется акселерометр, установленный вдоль оси ТС. Если считать, что погрешности от смещения нуля скомпенсированными, то погрешность акселерометра  $\Delta A$  будет в общем случае представлять собой случайное блуждание в виде цветного шума:

$$\Delta \dot{A} = -k_1 \Delta A + \delta A, \quad (15a)$$

где  $\delta A$  — случайное блуждание в виде белого шума. Также надо учесть, что акселерометр измеряет кажущееся ускорение. Ошибка в определении угла тангажа  $\Delta v$  вызывает ошибку в определении изменения скорости объекта. С учетом уравнения (15a) получаем

$$\Delta \dot{V} = \Delta A + g \sin(\Delta v). \quad (15b)$$

Для составления уравнений вида (13) дополним уравнения (15a) и (15b) соотношением, по которому можно определить ошибку в вычислении пройденного ТС пути:

$$\Delta \dot{S} = \Delta V. \quad (15в)$$

Если считать, что разность между показаниями одометра и дважды интегрированного сигнала акселерометра будет измерением  $\Delta S$ , то с учетом выражений (15a), (15b) и (15в) параметры для уравнений (13) примут следующий вид:



$$X = \begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta V \\ \Delta S \end{bmatrix}; \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 - k_1 T & 0 & 0 \\ T & 1 & 0 \\ 0 & T & 1 \end{bmatrix};$$

$$Q = \begin{bmatrix} (\sigma(\delta A))^2 & 0 \\ 0 & (\sigma(g \sin(\Delta v)))^2 \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$Z = [S_{\text{ИНС}} - S_{\text{од}}]; \quad R = [\sigma(\Delta S_{\text{од}})^2]; \quad H = [0 \ 0 \ 1].$$

Дальнейшее построение модели также осуществляется по стандартной методике, описанной в работе [3].

**Экспериментальное определение параметров системы ИНС–СНС–одометр.** Для моделирования входных данных, подлежащих фильтрации по методу Калмана, а также процесса самой фильтрации необходимо знать значения матриц  $Q$  и  $R$ , которые для данного метода комплексирования были описаны в уравнениях (14) и (16). Причем, для матрицы  $Q$  необходимо экспериментально подтвердить выведенные соотношения, или, что математически эквивалентно, подтвердить адекватность формулы (12) реальным процессам изменения расстояния между истинным положением ТС и положением ТС, измеренным одометром.

В проведенном эксперименте в качестве ТС использовался автомобиль марки Chevrolet со встроенным одометром, шины марки 195/55 R15 диаметром  $D = 595,5$  мм. Экспериментальные измерения показали, что коэффициент  $k = 12$ . Исходя из формулы (7а) было получено, что  $S_{Ti} = 155,90$  мм.

На автомобиль была установлена малогабаритная система ИНС–СНС Компанав-2Т (далее МИНС) (рис. 2). МИНС имеет в своем составе три микроэлектромеханических (МЭМ) гироскопа, три акселерометра, а также вычислитель, в котором реализуется алгоритм комплексирования данных [7]. Приборной реализацией СНС в данной системе выступал внешний приемник спутниковой системы GPS(США) компании SiRF. Приборная реализация ДК – это также приемник GPS. Кроме того, в дополнение к стандартной реализации к МИНС поступали данные одометра.

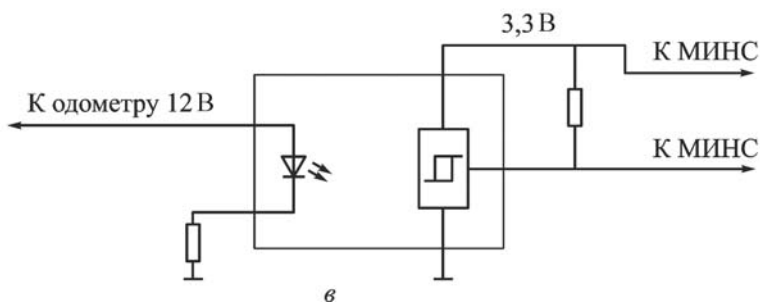
В настоящее время цифровые одометрические датчики являются стандартным оборудованием любого современного автомобиля. Электрическая схема автомобиля со схемой разъема, к которому следует подключиться, как правило, доступна в базах данных производителей. Однако параметры сигнала (для импульсного сигнала это амплитуда, форма, длительность импульса) различны у разных производителей. В



*а*



*б*



*в*

**Рис. 2. Используемое в эксперименте оборудование:**

*а* – МИНС Компанав-2Т с подключенным приемником GPS-сигнала SIRF; *б* – место сема сигнала одометра; *в* – опторазвязка сигнала одометра

настоящей работе проводится подключение к линии, по которой проходит сигнал от одометра к приборной панели автомобиля (рис. 2, *б*). Сигнал по этой линии поступает на вход микросхемы опторазвязки Н11L, выход которой подключен к разъему МИНС. Схема подключения приведена на рис. 2, *в*. С помощью осциллографа были проанализированы параметры сигнала, а затем проведена калибровка одометра.

Проезд ТС был осуществлен по двум траекториям – основной и контрольной, проходящим в пределах города Москвы по Варшавскому шоссе и прилегающим к нему улицам в условиях многоэтажной застройки, что частично затеняет сигналы спутников СНС. Число видимых спутников (в течение более, чем 95 % времени эксперимента) было достаточным для получения информации о текущем положении ТС.

На первом этапе эксперимента были вычислены две оценки основной траектории. За эталонную оценку траектории были приняты данные, полученные от МИНС. Исследуемая оценка траектории получена комплексированием данных одометра, вычисляющего пройденный путь, и данных СНС о курсе. Пересчет данных в стандартную форму (как в МИНС) проводился по уравнению (10а). Поскольку одометр способен измерять только относительное перемещение ТС, то начальные точки обеих траекторий были совмещены. Расстояние между точкой по эталонной оценке траектории и соответствующей точкой по

исследуемой оценке той же траектории является экспериментальной ошибкой по координатам ( $\Delta S_{\text{эксп}}$ ). При этом теоретическая оценка этой ошибки с учетом вышеизложенных рассуждений вычислялась путем подстановки в формулу (12) следующих параметров:  $\sigma_{\Delta\psi} = 1,2923^\circ$  (получен в работе [8] на основе экспериментов по определению точности СНС. Согласно уравнению (10б) имеем  $\delta S_{T_i} = 3,6 \cdot 10^{-3}$  м.

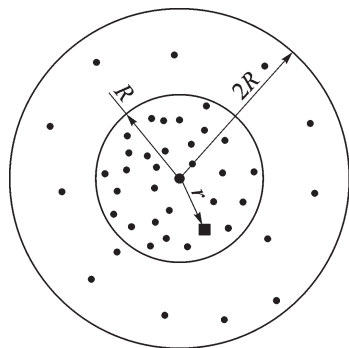
Соответственно, подставив в уравнение (12) данные параметры, получаем

$$\sigma(\Delta S_{\text{од}}) = 3,6 \cdot 10^{-3} \sqrt{\sum_{i=1}^m N_i^2}.$$

Дальнейшее сравнение теоретических и экспериментальных данных иллюстрирует рис. 3. При нормальном распределении существует 67 %-ная вероятность, что  $\Delta S_{\text{эксп}}$  будет находиться внутри области, ограниченной окружностью радиуса  $R = \sigma(\Delta S_{\text{од}})$  и 95 %-ная вероятность, что  $\Delta S_{\text{эксп}}$  будет находиться внутри окружности радиуса  $2\sigma(\Delta S_{\text{од}})$ . Каждая отдельная выборка данных эксперимента может давать различные соотношения расстояний  $\sigma(\Delta S_{\text{од}})$  и  $\Delta S_{\text{эксп}}$ , однако, чем больше сделано выборок, тем ближе должны сходиться средние значения  $\sigma(\Delta S_{\text{од}})$  и  $\Delta S_{\text{эксп}}$  в случае соответствия теории эксперименту. Исходя из данных таблиц соответствующих значений  $S$ ,  $\sigma(\Delta S_{\text{од}})$  и  $\Delta S_{\text{эксп}}$ , а также графика, построенного на основе этих таблиц, можно сделать предварительный вывод о соответствии теории и эксперимента.

Анализ исходных экспериментальных данных показал необходимость их обработки. Обнаружено, что теоретически вычисленное значение  $S_{T_i}$  не соответствует экспериментальному. Это вызвано наличием погрешностей от прогиба, некруглости, проскальзывания при торможении, не учтенных при счислении пути по формуле (10а). Для приведения погрешности к наименьшему значению было вычислено эффективное значение  $S_{T_i} = 160,06$  мм.

Проведено сглаживание погрешностей от самой МИНС частотным фильтром для устранения влияния случаев, когда сигнал СНС не соответствует точности, полученной в работе [8] путем фильтрации. Данный факт был обнаружен при искусственном введении дополнительной погрешности СНС по курсу. В программу обработки вводили



**Рис. 3. Теоретическая и экспериментальная погрешности:**

$R$  — радиус области теоретической погрешности;  $r$  — экспериментальная погрешность; точками показаны примеры возможных экспериментально определенных положений ТС

случайный сигнал с нормальным распределением. Для случая погрешности  $2\sigma_{\Delta\psi}$  (так называемая двойная погрешность) введенная дополнительная погрешность равна погрешности СНС по курсу ( $\sigma_{\Delta\psi}$ ). Для случая  $5\sigma_{\Delta\psi}$  — введенная погрешность соответственно равна  $4\sigma_{\Delta\psi}$ .

При моделировании погрешности  $2\sigma_{\Delta\psi}$  выполнено две выборки данных, так как введение случайной погрешности приводит к различным результатам от обработки к обработке. При моделировании погрешности  $5\sigma_{\Delta\psi}$  выполнено три выборки. Увеличение числа выборок связано с нарастанием разброса от выборки к выборке в связи с увеличением погрешности.

Анализ данных показывает, что соответствие теоретической и экспериментальной погрешности тем большее, чем большая дополнительная погрешность была введена.

Также в эксперименте необходимо учитывать погрешность самой МИНС ( $\Delta S_{СИ}$ ), которая составляет 5 м [7]. Будем считать погрешность МИНС и теоретическую погрешность одометра независимыми.

Тогда

$$\Delta S_{\text{теор}}^{\text{полн}} = \Delta S_{\text{од}} + \Delta S_{\text{СИ}},$$

и, соответственно, их среднеквадратические отклонения связанными между собой по формуле

$$\sigma(\Delta S_{\text{теор}}^{\text{полн}}) = \sqrt{\sigma(\Delta S_{\text{од}})^2 + \sigma(\Delta S_{\text{СИ}})^2}.$$

Полученные после обработки данные представлены в табл. 1. Характер выбора точек (неравные интервалы между точками) объясняется нелинейностью нарастания теоретически предсказанной по формуле (12) погрешности.

Таблица 1

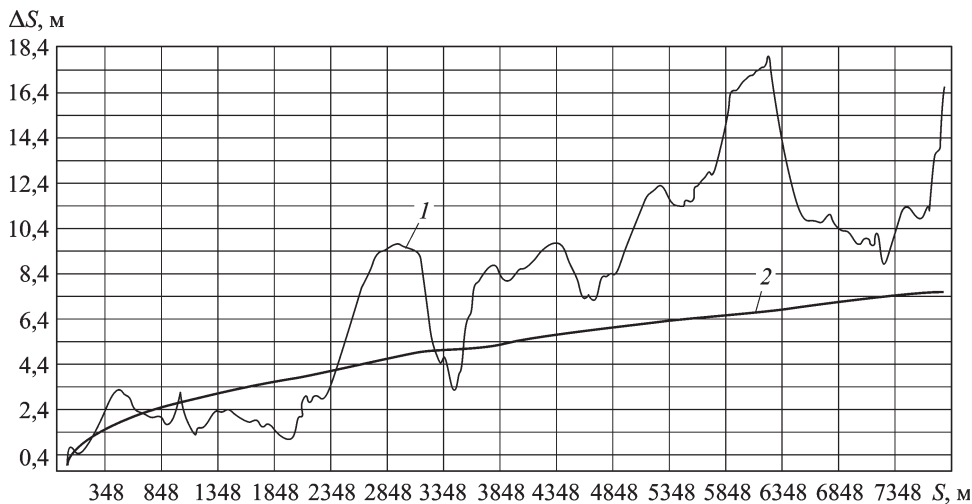
**Сравнение теоретической и экспериментальной ошибок при проезде ТС (сглаживание)**

$S, \% (S, \text{ м})$	$\Delta S_{\text{эксп}}, \text{ м}$	$\sigma(\Delta S_{\text{од}}), \text{ м}$	$\sigma(\Delta S_{\text{теор}}^{\text{полн}}), \text{ м}$
10 (778)	2,03	2,41	5,55
20 (1555,7)	2,00	3,37	6,03
50 (3889,8)	8,06	5,31	7,30
100 (7780)	16,82	7,58	9,08
Среднее	7,71	—	7,24

**Примечание.**  $S$  — пройденный путь.

График зависимости теоретической и экспериментальной погрешностей от пройденного пути показан на рис. 4.

Приведенные данные показывают, что в целом теоретическое значение погрешности определения относительного положения ТС в



**Рис. 4. Зависимость погрешностей от пройденного пути:**  
 1 — экспериментальная погрешность; 2 — теоретическая погрешность

системе одометр–СНС соответствует экспериментальному значению. Небольшое увеличение экспериментальной погрешности по сравнению с теоретической связано с тем, что реальная точность СНС меньше паспортных данных.

В табл. 2 показаны данные контрольного эксперимента, выполненного для другой траектории, также обработанные согласно изложенному алгоритму. Результаты контрольного эксперимента показали воспроизводимость полученного соответствия теоретических и экспериментальных данных

Таблица 2

**Сравнение теоретической и экспериментальной ошибок при проезде ТС (контрольный эксперимент)**

$L, \% (L, \text{ м})$	$\Delta S_{\text{эксп}}, \text{ м}$	$\sigma(\Delta S_{\text{теор}}), \text{ м}$	$\sigma(\Delta S_{\text{теор}}^{\text{полн}}), \text{ м}$
20 (181)	6,88	0,52	5,03
50 (452,5)	7,59	1,02	5,10
100 (905)	5,84	1,63	5,25

Для полноты описания параметров математической модели необходимо экспериментально установить также среднеквадратическое отклонение измеряемого ускорения от математического ожидания. Для определения погрешностей акселерометров ADXL 202 (Analog Devices), установленных в МИНС, данная система была последовательно зафиксирована в шести положениях. Каждая из осей прибора ( $X, Y, Z$ ) была последовательно совмещена с направлением вектора ускорения свободного падения и с противоположным ему направлением. Результаты приведены в табл. 3.

**Точность акселерометров при различных положениях прибора**

Положение	Среднеквадратическое отклонение, $\text{м/с}^2 (\times 10^{-3})$
Z (верх)	6,513
Z (низ)	5,907
Y (верх)	6,733
Y (низ)	6,330
X (верх)	5,940
X (низ)	5,914

Итоговое среднеквадратическое отклонение ошибки акселерометра было найдено как среднее арифметическое от измеренных значений:

$$\delta A = (\delta A_{xв} + \delta A_{xн} + \delta A_{yв} + \delta A_{yн} + \delta A_{zв} + \delta A_{zн})/6,$$

которое составило  $6,223 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$ .

**Моделирование интегрированной системы одометр–ИНС–СНС.**

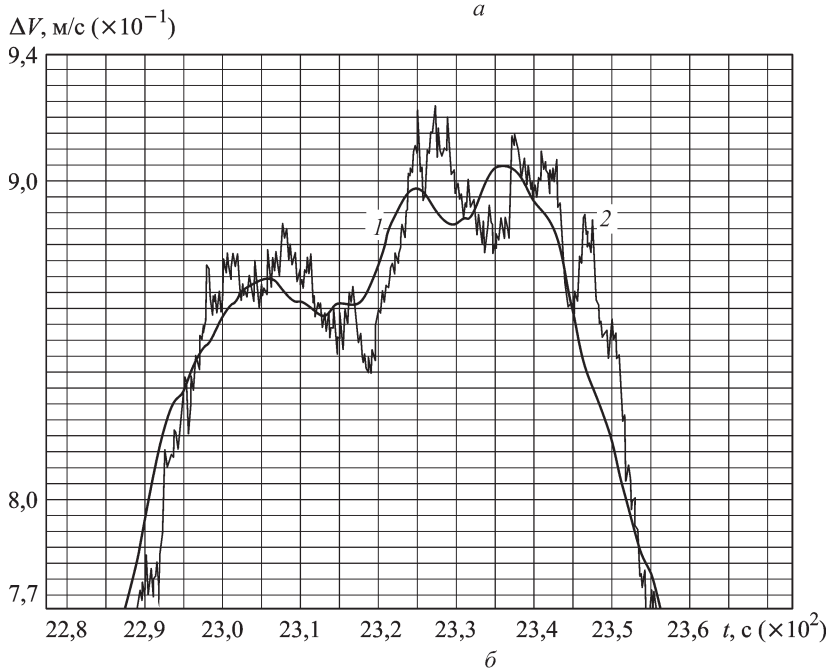
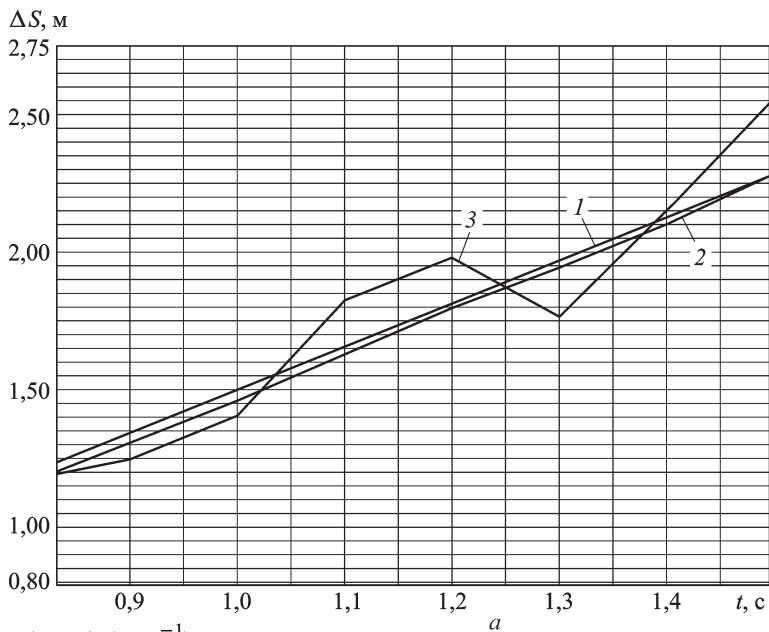
Для оценки точности работы одометра совместно с акселерометрами и СНС было использовано программное обеспечение, выполненное согласно схеме программного комплекса модельно-статистической оценки [4]. Статистическая проверка результатов моделирования не велась из-за тривиальности математических моделей.

Комплексирование одометра и акселерометра для определения ускорений, скорости и пройденного пути проводилось с использованием модели фильтра Калмана, построенного по уравнениям (13), при этом его параметры в матричной форме имели вид уравнений (16). Моделирование проходило в течение 50 000 тактов, каждый такт принимался равным одной десятой секунды. Данные одометра и акселерометра моделировались в течение каждого такта.

На рис. 5, а отоброжен фрагмент графика изменения погрешностей в определении пройденного пути от времени. На рис. 5, б изображена оценка погрешности по скорости. В табл. 4 показана точность оценки по скорости, ускорению и пройденному пути.

Данные по комплексированному значению берутся из диагональных элементов матрицы погрешностей фильтра Калмана. Данные одометра получены из теоретической части, а акселерометра — из экспериментальной. Коэффициент автокорреляции показаний акселерометра взят из априорных соображений, принимающих период затухания  $\tau$  равным 10 с.

На основе приведенных уравнений (13) с использованием параметров (14) проведен вычислительный эксперимент в целях оценки влияния данных одометрического датчика на точность интегрированной



**Рис. 5. Зависимость изменения погрешностей по расстоянию от времени (а) и по скорости от времени (б):**

1 — истинное значение; 2 — оценка фильтром Калмана; 3 — оценка по измерениям одометра

системы ИНС–СНС. Моделирование проведено в режиме, соответствующем движению низкоскоростного ТС (скорость 3,5 м/с). Среднеквадратическое отклонение ошибки приемника СНС принималось соответствующим паспортному значению 7 м.

## Точность комплексированного решения и исходных приборов

Параметр	Комплексированное решение	Одометр	Акселерометр
Ускорение, м/с <sup>2</sup>	$5,029 \cdot 10^{-3}$	32	$6,22 \cdot 10^{-3}$
Скорость, м/с	$1,734 \cdot 10^{-2}$	1,6	Ошибка нарастает
Путь, м	$4,071 \cdot 10^{-2}$	$16 \cdot 10^{-2}$	Ошибка нарастает

Результат моделирования представлен на рис. 6, где построены графики моделируемой ошибки системы (1) и ее оценки (2). Применение предложенного алгоритма оценивания дает положительный результат, так как среднеквадратическое отклонение ошибки оценивания в таком режиме составляет 0,88 м.

Такая точность позволяет применять интегрированную систему, например для выполнения сельскохозяйственных работ, где требуется точное управление транспортным средством при его движении по полю.

**Выводы.** 1. Выведены соотношения для включения данных одометра в стандартную модель погрешности ИНС–СНС.

2. Сравнение полученных в работе экспериментальных данных и величин, которые были предсказаны исходя из теоретических соотношений, показало, что в целом теоретические значения погрешности определения относительного положения ТС в системе одометр–СНС

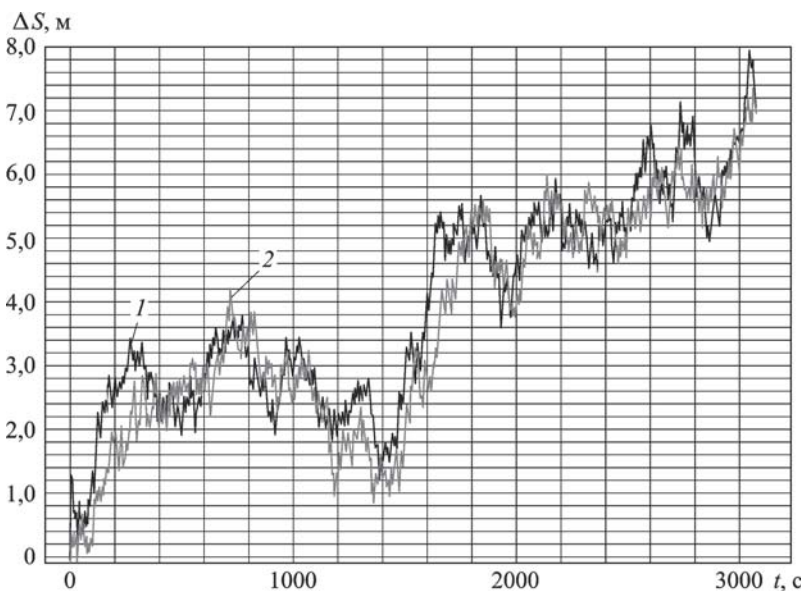


Рис. 6. Зависимость изменения погрешностей по северной координате от времени:

1 — истинное значение, 2 — оценка фильтром Калмана



соответствуют экспериментальным значениям. Это говорит об адекватности модели комплексирования данных одометра и низкоточных ИНС–СНС.

3. Проведенное в работе моделирование показывает, что комплексирование одометра и низкоточных ИНС–СНС позволяет значительно увеличить точность по координатам и скорости при различных условиях, а разработка алгоритмов и программного обеспечения, основанного на данной модели, с последующими их испытаниями является целесообразной.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б о р о н а х и н А. М. Разработка принципов построения и исследование комплекса для неконтактного измерения геометрических параметров рельсового пути – Санкт-Петербург. гос. электротехнич. ун-т // <http://link.edu.ioffe.ru/ismu02/boronah>
2. Л е к с и н А. В. Интегрированные навигационные системы в автотранспорте // Автотранспортное предприятие. – 2005. – № 4.
3. S a l y c h e v O. S. Applied inertial navigation: Problems and solutions. – Moscow: VMSTU Press, 2004.
4. Г о р б а ч е в А. Ю. Критерии оценки алгоритмов оптимальной фильтрации // Авиакосмическое приборостроение. – 2008. – № 6.
5. Р и в к и н С. С. Метод оптимальной фильтрации Калмана и его применение в инерциальных навигационных системах. – Л.: Судостроение, 1974.
6. С а м о й л о в А. GPS на земле, на воде, в небе // Капитан-Клуб. – 1999. – № 2.
7. О п и с а н и е МИНС Компанав-2Т // <http://teknol.ru/products/earth/companav-2t/>
8. Г о р б а ч е в А. Ю. Методики экспериментальной проверки точности СНС и интегрированных навигационных систем в наземном применении // Науч.-техн. конф. Студенческая научная весна. – М., 2008.

Статья поступила в редакцию 12.01.2009

Андрей Юрьевич Горбачёв родился в 1984 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2007 г. Аспирант кафедры “Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сотрудник НИИ ИСУ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор трех научных работ в области приборов и систем навигации.

A.Yu. Gorbachyov (b. 1984) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2007. Post-graduate of “Instruments and Systems for Orientation, Stabilization and Navigation” department of the Bauman Moscow State Technical University. Researcher of the Research Institute for Information Technology and Control Systems of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 3 publications in the field of instruments and systems for navigation.