УДК 519.6

А. П. Карпенко, Н. К. Соколов

МЕРЫ СЛОЖНОСТИ СЕМАНТИЧЕСКОЙ СЕТИ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрен ряд мер сложности понятий, разделяемых единиц контента, репозитариев единиц контента и обучающих курсов в обучающей системе. Приведен пример использования предложенных мер сложности.

Современные обучающие системы — это интеллектуальные информационные системы, построенные на основе парадигмы обработки знаний. При этом формализация онтологии предметной области выполняется в виде базы знаний, которая может быть реализована на продукционной модели знаний, семантической сети, фреймовой модели знаний и формальной логической модели знаний.

Предполагаем, что база знаний обучающей системы построена на основе семантической сети, содержащей понятия предметной области изучаемой дисциплины и отношения между этими понятиями. Семантическую сеть представляем в виде ориентированного графа, вершины которого соответствуют понятиям предметной области, а дуги — отношениям "определяемое понятие — определяющее понятие". Таким образом, рассматриваем однородную (с единственным типом отношений между понятиями) бинарную (отношения связывают только два понятия) семантическую сеть.

Предполагаем, что обучающая система реализует способ создания учебных материалов на основе сборки их из предварительно разработанных модулей. Такую технологию поддерживает широко известный стандарт SCORM [1], а также оригинальная отечественная разработка, называемая технологией разделяемых единиц контента [2]. Отметим, что в отличие от технологии SCORM технология разделяемых единиц контента обеспечивает взаимосвязь между модулями путем задания указанных ранее отношений между понятиями, определенными в модулях.

Важной задачей современной обучающей системы является педагогическая диагностика [3]. Стратегия диагностики, используемая в обучающей системе, зависит, прежде всего, от целей обучения, которые реализует эта система. Среди традиционных целей обучения выделяются цели приобретения знаний, навыков и умений [4]. Настоящая работа ориентирована на достижение первой из указанных целей, точнее говоря, — на организацию контроля знаний в обучающей системе.

Контроль знаний — многоплановая проблема. Рассмотрим одну из актуальных граней этой проблемы — контроль усвоения субъектом обучения понятий предметной области изучаемой дисциплины, а также взаимосвязей этих понятий [5].

Для решения задачи контроля понятийных знаний можно использовать тестовую подсистему обучающей системы или в рамках этой системы разработать подсистему автоматического контроля понятийных знаний (см., например, [6]). Во всех случаях для оценки уровня усвоения понятийных знаний требуется оценка сложности понятий, модулей, репозитариев (библиотек) модулей и обучающих курсов. Эти же оценки необходимы для формирования индивидуальной образовательной траектории в интеллектуальной обучающей системе, менеджмента качества учебного процесса, проектирования учебных планов образовательных программ и пр.

Задачу оценки сложности учебного материала следует рассматривать в контексте более широкой задачи оценки качества этого материала. Данная задача не нова. Так, еще в работе [7] была предложена такая формальная мера сложности учебного материала, как мера его разнообразия. Для вычисления значений этой меры используется классический подход из теории информации — в качестве меры разнообразия принимается логарифм числа элементов, составляющих учебный материал.

В работе [8] с узлом семантической сети связывается картинка, видеоизображение, аудио-сегмент или текст и рассматриваются некоторые меры этой сущности. В качестве одной из таких мер предложено использовать меру количества информации, заключенной в этой сущности. Значение указанной меры оценивается, например, размером соответствующего файла, сжатого с помощью современных алгоритмов сжатия.

В публикации [9] предложено оценивать качество семантической сети с помощью следующих критериев: достоверности (степени безошибочности данных); кумулятивности (свойства данных небольшого объема достаточно полно отражать соответствующую предметную область); непротиворечивости (отсутствие взаимоисключающих понятий).

В диссертации [10] мерой качества учебного материала предложено использовать его объем, а также нечеткие экспертные оценки сложности этого материала.

В отличие от указанных подходов, в настоящей работе меры сложности строятся на основе таких параметров семантической сети, как число входных и выходных понятий, реберная плотность и диаметр графа, соответствующего этой сети, и т.д.

Представленный материал содержит модель семантической сети, постановку задачи, а также определение некоторых используемых далее мер на графах; рассмотрены меры сложности понятий, модулей, библиотек модулей и учебных курсов; приведен пример использования некоторых из рассмотренных мер для оценки сложности ряда учебных курсов, подготовленных в инструментальной обучающей системе БиГОР [11].

Модель семантической сети и постановка задачи. *Понятия и модули.* Модули рассматриваемой библиотеки знаний обозначаются как m_i, $i = 1, 2, \ldots$ Входным понятием (*input concept*) модуля m_i называется понятие $\bar{c}_{i,j}$, $j \in [1, \bar{n}_i]$, определение которого дано в некотором другом модуле данной или иной библиотеки знаний. Здесь $\bar{n}_i \geqslant 0$ — общее число входных понятий модуля m_i. Аналогично, выходным понятием (*output concept*) модуля m_i называется понятие $c_{i,j}$, $j \in [1, n_i]$, определение которого дано в данном модуле m_i; $n_i \geqslant 0$ — общее число выходных понятий модуля m_i.

Каждое выходное понятие $c_{i,j}$ модуля m_i определяется через входные понятия этого модуля и/или другие его выходные понятия. Указанные входные и выходные понятия модуля m_i называются информационно связанными (в узком смысле) с понятием $c_{i,j}$. Если понятие $c_{i,j}$ информационно связано с понятием $c_{i,k}$, понятие $c_{i,k}$ — с понятием $c_{i,l}$ и далее до понятия $c_{i,q}$, то понятия $c_{i,j}$, $c_{i,q}$ называются информационно связанными в широком смысле. В широком смысле с понятием $c_{i,j}$ могут быть связаны также понятия из других модулей.

Семантическая сеть модуля m_i представляется в виде ориентированного графа без контуров $G(m_i)$, вершины которого соответствуют входным и выходным понятиям этого модуля, а дуги — информационным связям входных и выходных понятий модуля m_i между собой.

Подобно информационным связям понятий определены информационные связи модулей в узком и в широком смысле. В рамках библиотеки L (учебного курса T) числа выходных понятий модуля m_j, которые используются в качестве входных понятий модуля m_i, обозначается как $u^L_{i,j} \geqslant 0$ ($u^T_{i,j} \geqslant 0$).

В соответствии с концепциями стандарта SCORM и технологии разделяемых единиц контента одно и то же понятие может быть определено в разных модулях библиотеки знаний (в то же время ни одно из понятий не может быть определено в разных модулях учебного курса). Назовем такие понятия кратными понятиями. Кратность понятия $c_{i,j}$ обозначается как $v_{i,j} = v^L_{i,j} \geqslant 1$.

Современные обучающие системы разрешают использование в модуле понятий, которые еще не определены в данном модуле, а будут определены в нем позже. Такие понятия называются внутренними ссылочными понятиями. Число внутренних ссылочных понятий, используемых в модуле m_i, обозначается $f_i \geqslant 0$. Ссылочное понятие может быть также внешним ссылочным понятием. Если в тексте некоторого модуля m_{ij} данного учебного курса используется понятие, которое определено в модуле m_{ik}, $k > j$, то для модуля m_{ij} это понятие является внешним ссылочным. Число внешних ссылочных понятий модуля m_i обозначается как $F_i \geqslant 0$.

Библиотеки модулей и учебные курсы. Библиотека модулей L состоит из M модулей m_i, т.е. $L = \bigcup\limits_{i=1}^{M} m_i$. Семантическая сеть библиотеки представляется в виде ориентированных графов $G(L)$, $\mathbf{G}(L)$, первый из которых называется понятийным графом библиотеки L, а второй — графом информационных связей модулей этой библиотеки. Граф $G(L)$ является объединением графов семантических сетей всех модулей библиотеки L, т.е. $G(L) = \bigcup\limits_{i=1}^{M} G(m_i)$. Вершины взвешенного мультиграфа $\mathbf{G}(L)$ соответствуют модулям библиотеки L, а дуги — информационным связям модулей между собой. Вес дуги графа $\mathbf{G}(L)$, связывающей модули m_i и m_j, полагается равным $u_{i,j}^L$. Графы $G(L)$ и $\mathbf{G}(L)$ могут иметь контуры, число которых обозначается как $e(G(L)) = e(L)$ и $e(\mathbf{G}(L)) = \mathbf{e}(L)$ соответственно.

Учебный курс, подготовленный из всех или некоторой их совокупности модулей библиотеки L, обозначается $T \subseteq L$. Приняты следующие соглашения: в учебный курс T входят модули $m_{i_1}, m_{i_2}, \ldots, m_{i_N}$ библиотеки L, где $N \leqslant M$ — число модулей в курсе; текстуально модули в курсе расположены в порядке $m_{i_1}, m_{i_2}, \ldots, m_{i_N}$.

Аналогично семантической сети библиотеки L семантическая сеть курса T представляется в виде *понятийного графа* курса $G(T)$ и *графа информационных связей* модулей этого курса $\mathbf{G}(T)$. Вес дуги графа $\mathbf{G}(T)$, связывающей модули m_i, m_j, полагается равным $u_{i,j}^T$. Поскольку допускаются контуры в графах $G(L)$ и $\mathbf{G}(L)$, графы $G(T)$, $\mathbf{G}(T)$ также могут иметь контуры, число которых обозначается как $e(G(T)) = e(T)$ и $e(\mathbf{G}(T)) = \mathbf{e}(T)$ соответственно.

Постановка задачи. Рассмотрим следующую задачу: сформировать меры сложности понятий $\mu(c_{i,j})$, меры сложности модулей $\mu(m_i)$, меры сложности библиотек модулей $\mu(L)$ и меры сложности учебных курсов $\mu(T)$, значения которых определяются формальным анализом графов $G(m_i)$, $G(L)$ и $\mathbf{G}(L)$, $G(T)$ и $\mathbf{G}(T)$ соответственно. Большие значения мер должны соответствовать большим значениям сложности соответствующих объектов.

Значение меры сложности понятия может зависеть от контекста, который оценивается этим значением. В обозначениях меры сложности понятий соответствующий контекст указывается верхним индексом. Так, мера $\mu(c_{i,j}) = \mu^m(c_{i,j})$ представляет собой сложность понятия $c_{i,j}$ в рамках модуля m_i, а меры $\mu^L(c_{i,j})$ и $\mu^T(c_{i,j})$ — сложность того же понятия в пределах библиотеки L и курса T соответственно. Аналогично мерам сложности понятий вводятся меры сложности модулей $\mu(m_i)$, $\mu^L(m_i)$ и $\mu^T(m_i)$.

Выделяется два класса мер сложности понятий и модулей. Мера сложности понятия $\mu(c_{i,j})$ называется контекстно независимой мерой, если $\mu(c_{i,j}) = \mu^L(c_{i,j}) = \mu^T(c_{i,j})$, и контекстно зависимой мерой — если $\mu(c_{i,j}) \leqslant \mu^L(c_{i,j})$ и $\mu^T(c_{i,j}) \leqslant \mu^L(c_{i,j})$. Аналогично определяются контекстно независимые и контекстно зависимые меры сложности модулей.

Некоторые метрики графа семантической сети. Высота вершины $c_{i,j}$ в ярусно-параллельной форме графа $G(m_i)$ называется высотой понятия $c_{i,j}$ и обозначается как $h(c_{i,j})$ [12]. Высота понятия зависит от контекста, в котором она рассматривается, так что $h(c_{i,j}) = h^m(c_{i,j})$, $h^L(c_{i,j})$ и $h^T(c_{i,j})$ — высоты понятия $c_{i,j}$ в контексте модуля m_i, библиотеки L и учебного курса T соответственно.

Высота ярусно-параллельной формы графа $G(m_i)$ называется высотой модуля m_i и обозначается $h(G(m_i)) = h(m_i)$. По аналогии определяются высоты библиотеки $h(G(L)) = h(L)$, $h(\mathbf{G}(L)) = \mathbf{h}(L)$ и высоты учебного курса $h(G(T)) = h(T)$, $h(\mathbf{G}(T)) = \mathbf{h}(T)$.

Заметим, что при построении ярусно-параллельной формы графа, имеющего контуры, приходится разрывать эти контуры. Обсуждение правил выбора разрываемых дуг приведено в работе [13].

В качестве метрики графа в работе используется также диаметр d графа [14]. Диаметр графа $G(m_i)$ обозначается $d(G(m_i)) = d(m_i)$. Аналогично диаметры понятийных графов библиотеки L и учебного курса T обозначаются $d(G(L)) = d(L)$, $d(G(T)) = d(T)$, а диаметры графов информационных связей модулей библиотеки L и курса T — $d(\mathbf{G}(L)) = \mathbf{d}(L)$, $d(\mathbf{G}(T)) = \mathbf{d}(T)$ соответственно. Подчеркнем, что при вычислении диаметров указанных графов их следует рассматривать как неориентированные.

Еще одной графовой метрикой, используемой в настоящей работе, является реберная плотность графа [14]

$$b(G) = \frac{2\alpha}{\beta(\beta - 1)},$$

где α — число дуг графа, а β — число его вершин. Реберная плотность $b(G) \in [0,1]$ и характеризует близость графа G к полносвязному графу (клике), реберная плотность которого равна 1.

Реберная плотность графа $G(m_i)$ обозначается как $b(G(m_i))=b(m_i)$. В настоящей работе используются также реберные плотности $b(G(L))= = b(L)$ и $b(G(T)) = b(T)$ понятийных графов библиотеки L и учебного курса T, а также реберные плотности $b(\mathbf{G}(L)) = \mathbf{b}(L)$, $b(\mathbf{G}(T)) = \mathbf{b}(T)$ графов информационных связей модулей библиотеки L и курса T соответственно.

Меры сложности понятий. Контекстно независимая мера $\mu_1(c_{i,j})$ представляет собой взвешенное число входных и выходных понятий модуля m_i, информационно связанных с понятием $c_{i,j}$ в узком смысле, т.е.

$$\mu_1(c_{i,j}) = \mu_1^L(c_{i,j}) = \mu_1^T(c_{i,j}) = \mu_1(\lambda, c_{i,j}) = \lambda \bar{n}_{i,j} + n_{i,j}, \qquad (1)$$

где $\lambda \in [0,1]$ — весовой множитель, разный, вообще говоря, для различных понятий. Содержательно мера $\mu_1(c_{i,j})$ означает, что выходное понятие модуля, при определении которого используется большее число входных понятий этого модуля, а также других его выходных понятий, оценивается как более сложное.

Контекстно зависимой мерой $\mu_2(c_{i,j})$ является высота понятия $c_{i,j}$ в соответствующем контексте:

$$\mu_2^p(c_{i,j}) = h^p(c_{i,j}), \quad p \in \{m, L, T\}. \qquad (2)$$

Усвоение субъектом обучения понятия $c_{i,j}$ требует усвоения им также тех понятий уровня $(h(c_{i,j}) - 1)$ ярусно-параллельной формы соответствующего графа, которые информационно связаны с понятием $c_{i,j}$; усвоение последних понятий требует усвоения соответствующих понятий уровня $(h(c_{i,j}) - 2)$ и так до первого уровня. Таким образом, усвоение понятий, имеющих большую высоту, требует бóльших усилий, что и позволяет использовать высоту понятия в качестве меры его сложности.

Контекстно зависимая мера $\mu_3(c_{i,j})$ — это суммарное число понятий, информационно связанных в широком смысле с понятием $c_{i,j}$ (в рассматриваемом контексте):

$$\mu_3^p(c_{i,j}) = \sum_{k,l} \mu_1^p(1, c_{k,l}), \quad p \in \{m, L, T\}. \qquad (3)$$

Здесь полагаем, что индексы k, l принимают значения, при которых множество $\{c_{k,l}\}$ представляет собой совокупность всех понятий рассматриваемого контекста, связанных с понятием $c_{i,j}$ в широком смысле.

Контекстно зависимая мультимера $\mu(c_{i,j})$ представляет собой аддитивную свертку мер (1)–(3), рассматриваемых в соответствующем контексте:

$$\mu^p(c_{i,j}) = \mu^p(\lambda, \rho, c_{i,j}) = \\ = \rho_1 \mu_1(\lambda, c_{i,j}) + \rho_2 \mu_2^p(c_{i,j}) + \rho_3 \mu_3^p(c_{i,j}), \quad p \in \{m, L, T\},$$

где $(\rho_1, \rho_2, \rho_3) = \rho$ — вектор весовых множителей; $\rho_k \in [0, 1]$, $k = 1, 2, 3$.

Меры сложности модулей. *Меры на основе мер сложности понятий.* Контекстно независимая мера $\mu_1(m_i)$ строится на основе меры сложности понятий $\mu_1(c_{i,j})$:

$$\mu_1(m_i) = \mu_1^L(m_i) = \mu_1^T(m_i) = \\ = \mu_1(\lambda, m_i) = \sum_j \mu_1(\lambda, c_{i,j}), \quad j \in [1 : n_i]. \quad (4)$$

Мера $\mu_1(m_i)$ представляет собой суммарное число понятий, связанных в узком смысле с каждым выходным понятием модуля m_i. Входные понятия модуля в формуле (4) не учитываются, потому что, очевидно, их мера μ_1 равна нулю.

Контекстно зависимая мера $\mu_2(m_i)$ формируется на основе меры (2), вычисленной в соответствующем контексте:

$$\mu_2^p(m_i) = \sum_j \mu_2^p(\bar{c}_{i,j}) + \sum_k \mu_2^p(c_{i,k}), \\ j \in [1 : \bar{n}_i], \quad k \in [1 : n_i], \quad p \in \{m, L, T\}. \quad (5)$$

Таким образом, мера (5) есть сумма высот всех входных и выходных понятий модуля m_i в соответствующем контексте. Поскольку мера $\mu_2^p(m_i)$ входных понятий модуля равна единице, в формуле (5) в отличие от формулы (4) учитываются и входные понятия модуля.

Контекстно зависимая мера $\mu_3(m_i)$ основана на мере $\mu_3(c_{i,j})$, определенной в соответствующем контексте:

$$\mu_3^p(m_i) = \sum_j \mu_3^p(c_{i,j}), \quad j \in [1 : n_i], \quad p \in \{m, L, T\}. \quad (6)$$

Таким образом, мера $\mu_3^p(m_i)$ представляет собой суммарное число понятий, информационно связанных в широком смысле с каждым выходным понятием модуля m_i в контексте этого модуля, библиотеки модулей L или учебного курса T соответственно.

На основе мер $\mu_1^p(c_{i,j})$, $\mu_2^p(c_{i,j})$, $\mu_3^p(c_{i,j})$ можно сконструировать также меры сложности модулей, основанные на использовании принципа гарантированного результата [15]:

$$\mu_k^p(m_i) = \max_j \mu_k^p(c_{i,j}), \quad k = 1, 2, 3, \quad j \in [1 : n_i], \quad p \in \{m, L, T\}.$$

Меры, не использующие меры сложности понятий. Контекстно независимая мера $\mu_4(m_i)$ представляет собой взвешенное суммарное число входных и выходных понятий модуля m_i:

$$\mu_4(m_i) = \mu_4^L(m_i) = \mu_4^T(m_i) = \mu_4(\lambda, m_i) = \lambda \bar{n}_i + n_i. \qquad (7)$$

Здесь $\lambda \in [0, 1]$ — множитель, определяющий относительный вес входных и выходных понятий, в общем случае разный для разных модулей. Содержательно мера $\mu_4(m_i)$ означает, что модуль, который оперирует бóльшим числом понятий, полагается более сложным.

Контекстно независимая мера $\mu_5(m_i)$ есть ни что иное, как взвешенное суммрное число внешних и внутренних ссылочных понятий, используемых в модуле m_i:

$$\mu_5(m_i) = \mu_5^L(m_i) = \mu_5^T(m_i) = \mu_5(\lambda, m_i) = \lambda F_i + f_i, \quad \lambda \in [0, 1]. \quad (8)$$

Содержательно мера $\mu_5(m_i)$ означает, что более сложным считается модуль, в котором используется большее число внутренних и внешних ссылочных понятий.

Контекстно независимая мера $\mu_6(m_i)$ есть диаметр графа $G(m_i)$, соответствующего семантической сети модуля m_i:

$$\mu_6(m_i) = \mu_6^L(m_i) = \mu_6^T(m_i) = d(m_i). \qquad (9)$$

Содержательно мера $\mu_6(m_i)$ характеризует максимальную "удаленность" понятий в графе $G(m_i)$ и предполагает бóльшую сложность модуля в случае, если эта удаленность больше.

Контекстно независимая мера $\mu_7(m_i)$ представляет собой реберную плотность графа $G(m_i)$:

$$\mu_7(m_i) = \mu_7^L(m_i) = \mu_7^T(m_i) = b(m_i). \qquad (10)$$

Содержательно мера $\mu_7(m_i)$ характеризует близость графа $G(m_i)$ к клике и предполагает бóльшую сложность модуля m_i в случае, если этот граф ближе к полносвязному графу.

Контекстно зависимая мультимера $\mu(m_i)$ является аддитивной сверткой мер (4)–(10):

$$\mu^p(m_i) = \mu^p(\rho, m_i) = \sum_{k=1}^{7} \rho_k \mu_k^p(m_i), \quad p \in \{m, L, T\}.$$

Здесь для простоты записи опущены весовые множители в выражениях для $\mu_1(m_i)$, $\mu_4(m_i)$, $\mu_5(m_i)$; вектор весовых множителей $\rho = (\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_7)$, где $\rho_k \in [0, 1]$, $k \in [1 : 7]$.

Примечание 1. Каждая рассмотренная мера сложности модулей может служить также мерой такого показателя дидактического качества учебного материала, как его усвояемость [16]. Действительно, большое значение мер сложности $\mu_1^p(m_i)$–$\mu_7^p(m_i)$, $p \in \{m, L, T\}$ может означать, что конструктор курса включил в эти модули слишком большое количество информации, затрудняющее усвоение соответствующего учебного материала. Отметим, что в соответствии с концепциями SCORM и технологией разделяемых единиц контента, размер каждого модуля библиотеки знаний должен быть невелик.

Меры сложности библиотек модулей. *Меры на основе мер сложности модулей.* Мера $\mu_1(L)$ строится на основе контекстно независимой меры сложности модулей $\mu_1(\lambda, m_i)$:

$$\mu_1(L) = \mu_1^L(L) = \mu_1(\Lambda, L) = \sum_{i=1}^{M} \mu_1(\lambda_i, m_i), \qquad (11)$$

где $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_M)$. Мера $\mu_1(L)$ представляет собой суммарное число понятий, связанных в узком смысле с каждым выходным понятием каждого модуля библиотеки L.

Мера $\mu_2(L)$ формируется на основе контекстно зависимой меры сложности модулей $\mu_2(m_i)$ следующим образом:

$$\mu_2^p(L) = \sum_{i=1}^{M} \mu_2^p(m_i), \quad p \in \{m, L\}. \qquad (12)$$

Мера $\mu_2^m(L) = \mu_2(L)$ представляет собой сумму высот входных и выходных понятий всех модулей библиотеки L в случае, когда каждая из этих высот определяется в контексте соответствующего модуля, а мера $\mu_2^L(L)$ — ту же сумму, но в случае, когда указанные высоты определяются в контексте библиотеки L.

Аналогично мера $\mu_3(L)$ основана на мере сложности $\mu_3(m_i)$ и равна:

$$\mu_3^p(L) = \sum_{i=1}^{M} \mu_3^p(m_i), \quad p \in \{m, L\}. \qquad (13)$$

Здесь мера $\mu_3^m(L) = \mu_3(L)$ — суммарное число понятий, информационно связанных в широком смысле с каждым понятием всех модулей библиотеки L в случае, когда суммируемые числа понятий определяются в контексте соответствующего модуля, а мера $\mu_3^L(L)$ — та же сумма, но при этом суммируемые числа понятий определяются в контексте библиотеки L.

Меры $\mu_4(L)$ и $\mu_5(L)$ строятся на основе контекстно независимых мер сложности модулей $\mu_4(\lambda, m_i)$ и $\mu_5(\lambda, m_i)$ соответственно:

$$\mu_k(L) = \mu_k^L(L) = \mu_k(\Lambda, L) = \sum_{i=1}^{M} \mu_k(\lambda_i, m_i), \quad k = 4,\ 5. \tag{14}$$

Здесь $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_M)$. Мера $\mu_4(L)$ представляет собой сумму взвешенных чисел входных и выходных понятий всех модулей библиотеки L; мера $\mu_5(L)$ является суммой взвешенных чисел внешних и внутренних ссылочных понятий, используемых во всех модулях библиотеки L.

Меры $\mu_6(L)$ и $\mu_7(L)$ базируются на контекстно независимых мерах сложности модулей $\mu_6(m_i)$ и $\mu_7(m_i)$ соответственно:

$$\mu_k(L) = \mu_k^L(L) = \sum_{i=1}^{M} \mu_k(m_i), \quad k = 6,\ 7. \tag{15}$$

Мера $\mu_6(L)$ представляет собой сумму диаметров графов $G(m_i)$ всех модулей библиотеки L, а мера $\mu_7(L)$ есть не что иное, как сумма реберных плотностей графов $G(m_i)$ всех модулей библиотеки L.

Меры, не использующие мер сложности модулей. Мера $\mu_8(L)$ строится на основе суммы числа вершин и весов дуг в графе $G(L)$:

$$\begin{gathered} \mu_8(L) = \mu_8^L(L) = \mu_8(\lambda, L) = M + \lambda \sum_{i,j} u_{i,j}^L, \\ i, j \in [1 : M], \quad i \neq j, \quad \lambda \in [0, 1]. \end{gathered} \tag{16}$$

Меры $\mu_9(L)$, $\mu_{10}(L)$ представляют собой высоту и реберную плотность графа $\mathbf{G}(L)$, а мера $\mu_{11}(L)$ — общее число контуров в этом графе:

$$\begin{gathered} \mu_9(L) = \mu_9^L(L) = \mathbf{h}(L); \quad \mu_{10}(L) = \mu_{10}^L(L) = \mathbf{b}(L); \\ \mu_{11}(L) = \mu_{11}^L(L) = \mathbf{e}(L). \end{gathered} \tag{17}$$

Мера $\mu_{12}(L)$ есть не что иное, как общее число кратных понятий в библиотеке L:

$$\mu_{12}(L) = \mu_{12}^L(L) = \sum_{i,j} (v_{i,j} - 1), \quad i \in [1 : M], \quad j \in [1 : n_i]. \tag{18}$$

Отметим, что в формуле (18) каждая сумма $(v_{i,j} - 1)$ равна нулю, если понятие $c_{i,j}$ имеет кратность, равную единице, т.е. ни разу не повторено в библиотеке L.

Мультимера $\mu(L)$ — аддитивная свертка мер (11)–(18), рассматриваемых в соответствующем контексте:

$$\mu^p(L) = \mu^p(\rho, L) = \sum_{k=1}^{12} \rho_k \mu_k^p(L), \quad p \in \{m, L\}. \tag{19}$$

Здесь для простоты записи опущены весовые множители в выражениях для мер $\mu_1^p(L)$, $\mu_4^p(L)$, $\mu_5^p(L)$, $\mu_8^p(L)$; вектор весовых множителей $\rho = (\rho_1, \rho_2, ..., \rho_{12})$, где $\rho_k \in [0, 1]$, $k \in [1 : 12]$.

Как для мер сложности модулей, так и для большинства из рассмотренных мер сложности библиотек модулей можно предложить меры, основанные на использовании принципа гарантированного результата [15].

Наряду с рассмотренными абсолютными мерами сложности $\mu_k(L)$, $\mu_k^L(L)$, $k \in [1 : 12]$, можно предложить относительные меры сложности, полученные усреднением соответствующих абсолютных мер по числу модулей в библиотеке:

$$\bar{\mu}_k^p(L) = \frac{\mu_k^p(L)}{M}, \quad k \in [1 : 12], \quad p \in \{m, L\}. \tag{20}$$

Можно построить также меры, представляющие собой среднеквадратические отклонения $\sigma_k(L)$, $\sigma_k^L(L)$ рассматриваемых мер от их средних значений (20). Для того чтобы учесть как средние значения мер, так и их среднеквадратические отклонения, можно использовать меры на основе скалярной свертки этих величин.

Примечание 2. Аналогично мерам сложности модулей, каждая рассмотренная мера сложности библиотеки модулей может служить также критерием усвояемости соответствующего учебного материала (см. Примечание 1). Особенно естественно использовать в качестве такого критерия меры $\mu_5(L)$ (сумму внутренних и внешних ссылок в библиотеке L), $\mu_{11}(L)$ (число контуров в библиотеке L). Это связано с тем, что ссылки и контуры значительно затрудняют восприятие учебного материала субъектом обучения. Отдельного обсуждения заслуживает мера $\mu_{12}(L)$ (общее число кратных понятий в библиотеке L), которая может использоваться также в качестве критерия гибкости (адаптивности) библиотеки L. Действительно, большие значения этой меры говорят о большом числе кратных понятий в библиотеке, а значит, и о большом числе дублирующих модулей. Именно такие модули являются основой для построения индивидуальных учебных курсов.

Меры сложности учебных курсов. В качестве мер сложности учебного курса T можно использовать меры, аналогичные мерам сложности $\mu_1^p(L) - \mu_{11}^p(L)$, $p \in \{m, L\}$, библиотеки L. Поскольку корректно построенный учебный курс не должен содержать кратных понятий, мера, аналогичная мере $\mu_{12}(L)$, в этом списке отсутствует. Можно использовать также мультимеры, аналогичные мультимерам (19):

$$\mu^p(T) = \mu^p(\rho, T) = \sum_{k=1}^{11} \rho_k \mu_k^p(T), \quad p \in \{m, T\}.$$

Аналогично мерам сложности библиотеки модулей для мер сложности учебного курса можно предложить меры на основе принципа гарантированного результата [15], а также меры на основе среднеквадратического отклонения мер $\mu_1^p(T) - \mu_{11}^p(T)$, $p \in \{m, T\}$, от их средних значений. Для введенных мер сложности учебного курса T остается справедливым Примечание 2.

Пример. Рассмотрим следующие учебные курсы, подготовленные разными авторами в системе БиГОР (см. http://bigor.bmstu.ru/): T_1 — "Автоматизация проектирования в радиоэлектронике"; T_2 — "Методы оптимизации"; T_3 — "Программирование на языке Си"; T_4 — "Искусственные нейронные сети"; T_5 — "Моделирование систем с распределенными параметрами". Все перечисленные курсы читаются студентам кафедры "Системы автоматизированного проектирования" МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Из числа предложенных в настоящей работе мер сложности учебных курсов рассмотрим меры $\mu_4(\Lambda, T)$, $\mu_5(\Lambda, T)$, $\mu_7(T)$, $\mu_8(\lambda, T)$ и $\mu_{10}(T)$, как имеющие простую содержательную интерпретацию и малую вычислительную сложность. Предположим, что $\Lambda = (1, 1, \ldots, 1)$, $\lambda = 1$. В табл. 1 для указанных курсов приведены абсолютные значения этих мер сложности, а также их соответствующие относительные значения $\bar{\mu}_k(T) = \dfrac{\mu_k(T)}{N(T)}$, $k = 4, 5, 8, 10$.

Таблица 1

Значения мер сложности учебных курсов T_1–T_5

Курс	$\mu_4(T)$		$\mu_5(T)$		$\mu_7(T)$		$\mu_8(T)$		$\mu_{10}(T)$	
	μ_4	$\bar{\mu}_4$	μ_5	$\bar{\mu}_5$	μ_7	$\bar{\mu}_7$	μ_8	$\bar{\mu}_8$	μ_{10}	$\bar{\mu}_{10}$
T_1	452	7,17	118	1,87	13,2	0,21	290	4,62	5,35	0,08
T_2	494	7,84	252	4,00	31,0	0,49	365	5,78	6,93	0,11
T_3	724	7,62	104	1,09	25,0	0,26	645	6,79	9,98	0,10
T_4	91	6,07	34	2,27	8,48	0,56	52	3,47	3,15	0,21
T_5	99	3,53	9	0,32	6,69	0,24	97	3,46	4,37	0,16

Анализ табл. 1 позволяет сделать следующие выводы.

1. Абсолютные меры сложности практически не коррелируют с соответствующими относительными мерами. Это означает, что те и другие меры несут в себе существенно разную информацию о курсах: значения абсолютных мер в значительной степени определяются объемом курса (числом модулей в нем), а значения относительных мер — сложностью модулей.

2. Каждый модуль курсов T_1—T_4 использует в среднем по 6 и более входных и выходных понятий (см. столбец $\bar{\mu}_4$). Этот факт можно, вероятно, интерпретировать как свидетельство излишней "крупнозернистости" указанных курсов.

3. В сравнении с другими курсами курс T_2 содержит значительно большее число внешних и внутренних ссылочных понятий (см. столбец $\bar{\mu}_5$). По нашему мнению автору указанного курса следует рекомендовать соответствующим образом переработать курс.

4. Средние реберные плотности графов $G(m_i)$ в курсах T_2, T_4 близки к 0,5 и более чем в 2 раза превышают эти же величины в других курсах (см. столбец $\bar{\mu}_7$). На наш взгляд, это обстоятельство однозначно свидетельствует о высокой сложности указанных курсов.

5. Поскольку вклад вершин графа $\mathbf{G}(T)$ в меру сложности $\bar{\mu}_8(T)$ во всех случаях равен единице (см. формулу (16)), то относительно большие значения этой меры в курсах T_1, T_2, T_3 (см. столбец $\bar{\mu}_8$) свидетельствуют о высокой связности графов межмодульных связей $\mathbf{G}(T_1)$, $\mathbf{G}(T_2)$, $\mathbf{G}(T_3)$ и повышенной сложности этих курсов.

6. В противовес предыдущему выводу с точки зрения средней реберной плотности графов $\mathbf{G}(T)$ бóльшую сложность имеют курсы T_4, T_5 (см. столбец $\bar{\mu}_{10}$). Это противоречие объясняется тем, что курсы T_1, T_2, T_3 имеют преимущественно вертикальные информационные связи.

Из табл. 1 следует, что рассматриваемые меры сложности имеют существенно различный масштаб, затрудняющий сравнение сложностей курсов между собой. Нормируя эти меры, принимаем, что

$$\mathring{\mu}_k(T_l) = \frac{\bar{\mu}_k(T_l) - \mu_k^*}{\mu_k^{**} - \mu_k^*}, \quad k = 4, 5, 7, 8, 10, \quad l \in [1:5],$$

где

$$\mu_k^{**} = \max_{l\in[1:5]} \bar{\mu}_k(T_l), \quad \mu_k^* = \min_{l\in[1:5]} \bar{\mu}_k(T_l).$$

Значения нормированных указанным способом мер сложности приведены в табл. 2.

Таблица 2

Нормированные значения мер сложности учебных курсов T_1–T_5

Курс	$\mathring{\mu}_4(T)$	$\mathring{\mu}_5(T)$	$\mathring{\mu}_7(T)$	$\mathring{\mu}_8(T)$	$\mathring{\mu}_{10}(T)$
T_1	0,84	0,42	0	0,35	0
T_2	1	1	0,8	0,7	0,23
T_3	0,95	0,21	0,14	1,00	0,15
T_4	0,59	0,53	1	0	1
T_5	0	0	0	0	0,62

На основе мер сложности $\mathring{\mu}_k(T_l)$, $k = 4, 5, 7, 8, 10$, $l \in [1:5]$, можно построить различные мультимеры сложности курсов $T_1 - T_5$, например, путем аддитивной свертки этих мер с теми или иными весами $\gamma_j \geqslant 0$:

$$\mathring{\mu}(T_l) = \sum_k \gamma_k \mathring{\mu}_k(T_l), \quad k \in \{4, 5, 7, 8, 10\}, \quad l \in [1:5]. \tag{21}$$

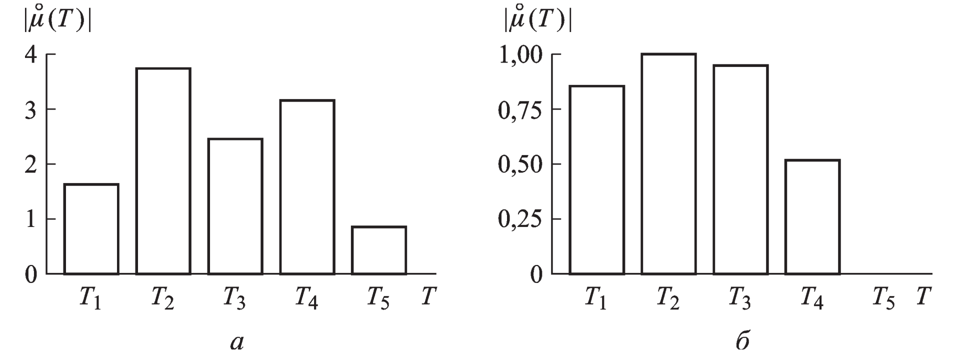
Назначение весов γ_k в формуле (21) является неформализуемой процедурой и должно выполняться экспертом или группой экспертов. В зависимости от значений этих весов могут принципиально меняться итоговые оценки курсов. Например, если $\gamma_k = 1$, $k \in \{4, 5, 7, 8, 10\}$ (веса всех мер одинаковы и равны единице), итоговые оценки сложности курсов $T_1 - T_5$ равны 1,61; 3,73; 2,45; 3,12 и 0,71 соответственно (рис. *а*). Если же $\gamma_1 = 1$, $\gamma_k = 0$, $k \in \{5, 7, 8, 10\}$, то указанные оценки равны 0,84; 1; 0,95; 0,59 и 0 (см. рис. *б*).

Заключение. Сравнение сложности учебных материалов не является, в конечном счете, формальной процедурой и требует привлечения экспертных знаний. Меры сложности, предложенные в настоящей работе, позволяют лишь предоставить экспертам информацию для более обоснованного принятия решения.

Наряду с мерами сложности понятий, модулей, библиотек модулей и учебных курсов в работе рассматриваются мультимеры — аддитивные свертки указанных мер. Аддитивная свертка является наиболее простым и популярным приемом сведения многокритериальной задачи к однокритериальной. Наряду с этим могут использоваться мультипликативные свертки, лексикографическое упорядочение и пр. [17]. На основе мер сложности, предложенных в настоящей работе, можно построить множество других мультимер.

В настоящей работе предложены меры сложности учебных материалов. В связи с этим возникают вопросы: как много мер следует использовать? какие из этих мер предпочтительнее? каковы критерии такого выбора? При поиске ответов на поставленные вопросы следует руководствоваться следующими соображениями.

1. Следует учитывать особенности человеческой системы переработки информации. Результаты некоторых экспериментов показывают, что на пределе человеческих возможностей находится задача классификации объектов по трем классам, характеризуемым семью критериями и всего двумя градациями на шкалах их оценок [18]. Исходя из



Меры сложности курсов $\mathring{\mu}(T_1)$, $l \in [1:5]$ при $\gamma_k = 1$, $k \in \{4, 5, 7, 8, 10\}$ (*а*) и $\gamma_1 = 1$, $\gamma_k = 0$, $k \in \{5, 7, 8, 10\}$ (*б*)

этого, можно рекомендовать использовать небольшое число мер — не более семи.

2. Предпочтение следует отдавать тем мерам сложности, значения которых имеют простую содержательную интерпретацию.

3. При прочих равных условиях преимуществом обладают меры, имеющие меньшую вычислительную сложность.

Исходя из этих соображений, к применению можно рекомендовать следующие меры сложности понятий, модулей, библиотек модулей и учебных курсов:

- $\mu_1(c_{i,j}), \quad \mu_3(c_{i,j})$;
- $\mu_4(m_i), \quad \mu_5(m_i), \quad \mu_7(m_i)$;
- $\mu_4(L), \quad \mu_5(L), \quad \mu_7(L), \quad \mu_8(L), \quad \mu_{10}(L)$—$\mu_{12}(L)$;
- $\mu_4(T),\ \ \mu_5(T),\ \ \mu_7(T),\ \ \mu_8(T),\ \ \mu_{10}(T) - \mu_{12}(T)$.

Организация в обучающей системе контроля понятийных знаний субъекта обучения может требовать использования расширенной семантической сети [5]. К необходимости построения такой сети приводит также задача планирования в обучающей системе индивидуальной траектории обучения. В качестве мер сложности расширенной семантической сети и ее фрагментов могут использоваться некоторые из мер, рассмотренных в настоящей работе. Могут быть предложены также иные меры, учитывающие специфику расширенной семантической сети. Систематическое рассмотрение мер сложности расширенной семантической сети составит предмет самостоятельной публикации.

Некоторые из предложенных мер сложности могут быть использованы в качестве мер усвояемости учебного материала и мер его адаптивности. Таким образом, результаты работы позволяют формально ставить задачу оценки качества учебных материалов как трехкритериальную задачу (со следующими критериями: сложность, усвояемость, адаптивность).

Все рассмотренные меры построены только на основе соответствующей семантической сети. Наряду с этим можно предложить и другие меры, например: использующие объемы модулей, библиотек и учебных курсов; использующие метаданные того же учебного материала. Меры такого сорта менее содержательны и объективны, чем меры, предложенные в настоящей работе.

Для многих приведенных мер можно предложить их варианты, построенные на основе шенноновской меры информации.

Авторы благодарят И.П. Норенкова за плодотворное обсуждение концепции работы и множество ценных советов, а также М.Ю. Уварова за помощь в оценке мер сложностей учебных курсов, рассмотренных в примере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О f f i c i a l ADL SCORM overview //http://www.adlnet.gov/scorm.
2. Н о р е н к о в И. П. Технология разделяемых единиц контента для создания и сопровождения информационно-образовательных сред // Информационные технологии. – 2003. – № 8. – С. 15–34.
3. Б е л о у с о в а Л. И., К о л г а т и н А. Г., К о л г а т и н а Л. С. Принципы построения автоматизированной системы педагогической диагностики // УСиМ. – 2007. – № 2. – С. 75–81.
4. К р е а т и в н а я педагогика: методология, теория, практика / Под ред. Ю.Г. Круглова. – М.: ИЦ “Альфа”, 2002. – 240 с.
5. К а р п е н к о А. П., С о к о л о в Н. К. Контроль понятийных знаний субъекта обучения с помощью когнитивных карт // Управление качеством инженерного образования и инновационные образовательные технологии: Сб. докл. Междунар. науч.-методич. конф. 28–30 октября 2008 г. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – Ч. 2. – С. 55–57.
6. С е т ь научных понятий: программный продукт // http://www.websamba.com/supertest
7. Д о б р я к о в А. А., М и л о в а В. М. Экспертно-аналитический метод оценки качества образовательных систем на основе нечетко-множественного подхода // Качество. Инновации. Образование. – 2007. – № 1. – С. 36–41.
8. Г а л я м о в а Е. В. Оценка качества электронного учебного материала // Управление качеством инженерного образования и инновационные образовательные технологии: Сб. докл. Междунар. науч.-методич. конф. 28–30 октября 2008 г. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2008. – Ч. 2. – С. 29–34.
9. У с а ч е в Ю. Е. Проектирование интеллектуального учебника // http://www.e-joe.ru/sod/00/4_00/us.html
10. Р а б и н о в и ч П. Д. Исследование и разработка моделей, алгоритмов и программного обеспечения в компьютерных обучающих системах: Автореф. дис.. . . канд. техн. наук. – Москва, 2005.
11. Н о р е н к о в И. П., У в а р о в М. Ю. База и генератор образовательных ресурсов // Информационные технологии. 2005. – № 9. – С. 60–65.
12. Ф е д о т о в И. Е. Некоторые приемы параллельного программирования: Учеб. пособ. – М.: Изд-во МГИРЭА(ТУ), 2008. – 188 с.
13. К а р п е н к о А. П., С о к о л о в Н. К. Оценка сложности семантической сети в обучающей системе // Наука и образование: электронное научно-техническое издание, www.technomag.edu.ru, ноябрь 2008.
14. Е в с т и г н е е в В. А. Применение теории графов в программировании. – М.: Наука, 1985. – 332 с.
15. В е н т ц е л ь Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Дрофа, 2006. – 206 с.
16. Б е л о у с В. В., В а с и л ь е в Н. В., К а р п е н к о А. П. Вопросы регистрации электронных изданий // Управление качеством инженерного образования и инновационные образовательные технологии: Сб. докл. Междунар. науч.-методич. конф. 28–30 октября 2008 г. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – Ч. 2. – С. 45–50.
17. К а р п е н к о А. П., Ф е д о р у к В. Г. Обзор программных систем многокритериальной оптимизации. Отечественные системы // Информационные технологии. – 2008. – № 1. – С. 15–22.
18. Л а р и ч е в О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. – М.: Университетская книга, Логос, 2006. – 292 с.

Статья поступила в редакцию 24.12.2008

Анатолий Павлович Карпенко родился в 1947 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1975 г. Автор 141 научной работы в области информационных технологий.

A.P. Karpenko (b. 1947) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975. Author of 141 publications in the field of information technologies.

Николай Константинович Соколов родился в 1943 г., окончил в 1975 г. Московский экономико-статистический институт и в 1987 г. Военную инженерную радиотехническую академию ПВО. Помощник Ректора МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 10 научных работ в области новых информационных технологий и программного обеспечения ЭВМ.

N.K. Sokolov (b. 1943) graduated from the Moscow Institute for Economics and Statisics in 1975, and from Military Radio Engineering Academy of Anti-Aircraft Defence in 1987. Assistant of the Bauman Moscow State Technical University Rector. Author of more than 10 publicationsin the field of new information technologies and computer software.