УДК 519.6

О РЕАЛИЗАЦИИ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ СХЕМАМИ В ПРОИЗВОЛЬНОМ БАЗИСЕ

В.А. Орлов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: orlovaldr@mail.ru

Рассмотрены вопросы реализации булевых функций схемами, содержащими функциональные элементы. Предложен метод асимптотически наилучшей реализации булевых функций схемами в полном произвольном конечном базисе. В этом методе применены разработанная автором модификация метода О.Б. Лупанова для базиса, состоящего из элементов весом 1, которые реализуют дизъюнкцию, конъюнкцию и отрицание, а также принцип использования не всюду определенных функций. Такая модификация более универсальна: все блоки схемы не зависят от реализуемой функции, которая определяет только соединения входов и выходов блоков. В случае произвольного базиса схема включает в себя цепочки самых "дешевых" элементов. Указанные цепочки реализуют не всюду определенные булевы функции, которые на наборе из всех нулей равны нулю, а на наборах, содержащих одну единицу, — единице.

Ключевые слова: схемы из функциональных элементов, булевы функции, сложность схемы, функционалы Шеннона, не всюду определенные булевы функции.

ON IMPLEMENTATION OF BOOLEAN FUNCTIONS BY LOGIC CIRCUITS IN AN ARBITRARY BASIS

V.A. Orlov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: orlovaldr@mail.ru

Issues of implementation of Boolean functions by logic circuits containing functional elements are discussed. A method is proposed for asymptotically best possible implementation of Boolean functions by logical circuits in a complete arbitrary finite basis. This method uses the O.B. Lupanov's method modified by the author for a basis, consisting of elements with a weight of 1, which implement disjunction, conjunction, and negation, as well as the principle of using incompletely defined functions. This modification is more universal: all units of the circuit are independent of the implemented function that defines only the connections between inputs and outputs of the units. In the case of arbitrary basis, the circuit includes chains of the "cheapest" elements of the basis. These chains implement incompletely defined Boolean functions, which are zeroes on the sets consisting only of zeros, while on the sets containing exactly one 1, they are equal to unity.

Keywords: logical circuits, Boolean functions, complexity of a logical circuit, Shannon's functions, incompletely defined Boolean functions.

Разработка оптимальных по различным критериям устройств обработки дискретной информации является актуальной областью современной науки и техники. В связи с развитием элементной базы можно создавать устройства, реализующие сложные преобразования. Наиболее распространенное средство моделирования указанных устройств — схемы, состоящие из функциональных элементов, реализующих функции алгебры логики (булевы функции). В настоящей статье рассмотрены вопросы оптимальной реализации булевых функций схемами из функциональных элементов в произвольном базисе.

Функция, переменные которой принимают значения из множества $\{0, 1\}$ и которая принимает значения из этого множества, называется булевой. Множество всех булевых функций обозначим как P_2.

Задача реализации функций из множества P_2 схемами из функциональных элементов в произвольном базисе заключается в следующем.

Пусть Φ — произвольная конечная полная система функций множества P_2, каждая из которых (кроме функций, тождественно равных константе) существенно зависит от конечного числа всех своих переменных. Константы полагаем функциями одной переменной. Системе Φ сопоставим базис B, состоящий из реализующих ее функции элементов с одним состоянием, каждому из которых соответствует положительное число (вес элемента). Из элементов базиса строим схемы, в которых каждый вход каждого элемента присоединен либо к выходу другого элемента, либо к входу схемы. При этом запрещается соединять выходы различных элементов и образовывать "петли обратной связи" (ориентированные циклы). Выходами схемы являются выходы некоторых элементов. Известно, что каждая схема реализует систему булевых функций. Отметим, что любой элемент базиса имеет один выход.

Критерием оптимальности схемы принимаем сумму весов ее элементов, которую назовем *сложностью* схемы S и обозначим как $L(S)$.

На практике наиболее востребована задача нахождения функционала $L^B(f)$, равного минимальной сложности схем в базисе B, реализующих функцию f. В настоящее время эффективного метода (отличного от перебора схем) решения этой задачи в случае произвольных булевых функций не существует. Ввиду этого часто рассматривают задачу исследования асимптотического поведения функционала $L^B(n)$, равного максимуму функционалов $L^B(f)$, $f \in P_2^n$, где P_2^n — множество булевых функций переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Для элемента базиса, имеющего не менее двух входов, его приведенным весом называется отношение веса к уменьшенному на единицу числу входов. Приведенный вес базиса — это минимум приведенных весов его элементов.

Задача асимптотически наилучшей реализации булевых функций схемами в произвольном полном конечном булевом базисе решена О.Б. Лупановым [1]. Однако в отличие от разработанного им же метода асимптотически наилучшей реализации булевых функций схемами из функциональных элементов в базисе B_0, состоящем из имеющих вес 1 элементов, которые реализуют дизъюнкцию, конъюнкцию и отрицание [2], приведенный в работе [1] метод достаточно сложен для восприятия, особенно разработчиками устройств обработки дискретной информации. Имеются публикации по реализации булевых функций схемами в случае конкретных базисов, отличных от базиса B_0 [3].

В предлагаемом методе применены разработанные автором модификация метода Лупанова для базиса B_0 и принцип использования не всюду определенных функций.

Сначала рассмотрим метод Лупанова для базиса B_0, который является ярким примером относительно простого решения довольно трудной задачи. На основе этого метода получено много результатов в области синтеза управляющих систем. Кроме того, он нагляден и вполне доступен для первоначального ознакомления с проблематикой синтеза оптимальных схем.

Пусть f — произвольная булева функция n переменных. Введем параметр r и переменные функции f разобьем на две группы $x_1, x_2, \ldots, x_r$ и $y_1, y_2, \ldots, y_{n-r}$. Функцию f будем задавать булевой $(2^r, 2^{n-r})$-матрицей M^f следующим способом.

Набор $x_1, x_2, \ldots, x_r$ $(y_1, y_2, \ldots, y_{n-r})$ обозначим как $\widetilde{x}$ $(\widetilde{y})$, набор $x_1, x_2, \ldots, x_r$ $(y_1, y_2, \ldots, y_{n-r})$, являющийся двоичной записью числа t (числа s), — как X_t (Y_s). Строки и столбцы матриц пронумеруем, начиная с нуля. Элемент матрицы M^f, расположенный на пересечении t-й строки и s-го столбца, — значение $f(X_t, Y_s)$.

Введем параметр s, разобьем матрицу M^f на полосы, каждая из которых, кроме последней, содержит s строк. Число p полос матрицы M^f равно $]2^r/s[$. Число строк последней полосы матрицы M^f обозначим как s', i-ю полосу матрицы M^f — как M_i^f, $1 \le i \le p$.

Пусть $f_i(\widetilde{x}, \widetilde{y})$ — функция, совпадающая с функцией f на полосе M_i^f и равная нулю вне этой полосы. Дизъюнкцию обозначим знаком "$\cup$".

В методе Лупанова использовано следующее представление произвольной булевой функции f:

$$f(\widetilde{x}, \widetilde{y}) = \bigcup_{i=1}^{p} f_i(\widetilde{x}, \widetilde{y}).$$

Реализация функций $f_i(\widetilde{x}, \widetilde{y})$ осуществляется следующим образом. Обозначим через x^u булеву функцию двух переменных, такую, что $x^1 = x$ и $x^0 = \overline{x}$.

Пусть $K_m(z_1, z_2, \ldots, z_t)$, $0 \le m \le 2^t - 1$ — конъюнкция $z_1^{a_1} z_2^{a_2} \ldots z_t^{a_t}$, где числа a_i определяются из равенства $m = \sum\limits_{i=1}^{t} a_i 2^{t-i}$. Отметим, что набор $a_1a_2\dots a_t$ — это двоичная запись числа m. Столбец высотой h, являющийся двоичной записью числа t, $0 \le t \le 2^h - 1$, назовем (h,t)-столбцом.

Функцию, у которой каждый столбец i-й полосы представляет собой (s,t)-столбец, $0 \le t \le 2^s - 1$, обозначим как $f_i^t(\widetilde{x})$. Пусть $f_i^{t,1}(\widetilde{x},\widetilde{y})$ — функция, получающаяся из функции $f_i(\widetilde{x},\widetilde{y})$ заменой всех (s,k)-столбцов, $k \ne t$, $(s,0)$-столбцами.

Нетрудно проверить, что

$$f_i(\widetilde{x},\widetilde{y}) = \bigcup_{t=0}^{2^s-1} f_i^{t,1}(\widetilde{x},\widetilde{y}).$$

Рассмотрим реализацию функций $f_i^{t,1}(\widetilde{x},\widetilde{y})$. Пусть $u_{i,t}(\widetilde{x})$ – функция, у которой все столбцы i-й полосы ее матрицы являются(s,t)-столбцами, а все остальные строки нулевые. Функция $u_{i,t}(\widetilde{x})$ не зависит существенно от переменных $y_1, y_2, \dots, y_{n-r}$. Множество номеров столбцов полосы M_i^f, являющихся (s,t)-столбцами, — $J_{f,i,t}$. Пусть $f_i^{t,2}(\widetilde{x},\widetilde{y}) = \bigcup\limits_{j\in J_{f,i,t}} K_j(\widetilde{y})$. Если множество $J_{f,i,t}$ пустое, то значение $f_i^{t,2}(\widetilde{x},\widetilde{y})$ полагаем равным нулю. Нетрудно проверить, что $f_i^{t,1}(\widetilde{x},\widetilde{y}) = f_i^{t,2}(\widetilde{x},\widetilde{y})u_{i,t}(\widetilde{x})$.

Опишем разработанную автором модификацию метода Лупанова. Будем использовать следующее представление произвольной булевой функции f:

$$f(\widetilde{x},\widetilde{y}) = \bigcup_{j=0}^{2^{n-r}-1} f_j^{(x)}(\widetilde{x})K_j(\widetilde{y}),$$

где $f_j^{(x)}(\widetilde{x})$ — функция, у которой все столбцы равны j-му столбцу матрицы M^f.

Пусть $f_{j,i}^{(x)}(\widetilde{x})$ — функция, которая получается из функции f_i заменой всех столбцов ее j-м столбцом. Нетрудно проверить, что $f_{j,i}^{(x)}(\widetilde{x}) = u_{i,t}(\widetilde{x})$, где t — число, двоичной записью которого является j-й столбец полосы M_i^f. Нетрудно проверить, что

$$f_j^{(x)}(\widetilde{x}) = \bigcup_{i=1}^{p} f_{i,j}(\widetilde{x}). \qquad (1)$$

Схема, имеющая s входов и t выходов, называется (s,t)-схемой, или (s,t)-блоком.

Реализующую произвольную функцию f схему S_0 (в базисе B_0) строим на основе представления (1). Такая схема состоит из $(r, 2^r)$-блока A, $(n-r)$-блока B, $(2^r, (p-1)2^s + 2^{s'})$-блока C, $((p-1)2^s + {}$ ${}+ 2^{s'}, 2^{n-r})$-блока D, $(2^{n+1-r}, 2^{n-r})$-блока E и $(2^{n-r}, 1)$-блока F. Соединения блоков схемы S_0 приведены на рис. 1, a.

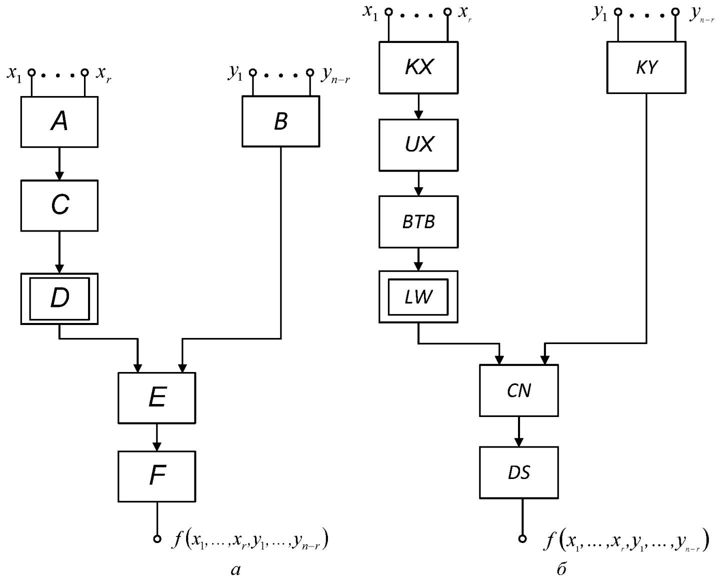


Рис. 1. Соединения блоков схем S_0 (*а*) и S (*б*)

Блок A (блок B) реализует функции $K_t(\widetilde{x})$, $0 \le t \le 2^r - 1$ (функции $K_j(\widetilde{y})$, $0 \le j \le 2^{n-r} - 1$), блок C, используя функции $K_t(\widetilde{x})$, — все функции $u_{i,t}(\widetilde{x})$, блок D по представлению (1) с помощью функций $u_{i,t}(\widetilde{x})$ — функции $f_j^{(x)}(\widetilde{x})$, блок E — конъюнкции функций, полученных блоками B и D, блок F, используя функции $f_j(\widetilde{x},\widetilde{y})$, — функцию $f(\widetilde{x},\widetilde{y})$.

Приведем легко получаемые оценки сложностей блоков схемы S_0 $L(A) \le 2^r + r2^{]r/2[}$, $L(B) \le 2^{n-r} + (n-r)2^{](n-r)/2[}$, $L(E) = L(F) \le 2^{n-r}$, $L(C) \le p(2^s + s2^{]s/2[})$ и $L(D) \le p2^{n-r}$.

Отметим, что все блоки имеют линейную относительно суммы чисел их входов и выходов сложность.

Далее через $\log n$ обозначим $\log_2 n$. Выбирая $r = [2\log n]$ и $s = [n - 3\log n]$, получаем оценку

$$L_{B_0}(n) \le L(S_0) \le \frac{2^n}{n}\left(1 + \frac{3\log n}{n} + o\left(\frac{\log n}{n}\right)\right). \qquad (2)$$

Нетрудно проверить, что сложность схемы S_0 асимптотически равна сложности блока D, состоящего из элементов, реализующих дизъюнкцию.

Отметим, что *все* блоки схемы S_0 не зависят от функции f (в схеме, построенной по методу Лупанова, составляющие основную сложность схемы блоки, реализующие функции $f_i^{t,2}(\widetilde{x},\widetilde{y})$, строятся по функции f). В схеме S_0 функция f определяет только соединения входов блока D с выходами блока C.

Перейдем теперь к реализации булевых функций схемами из функциональных элементов в произвольном полном конечном булевом базисе B.

Прежде всего, отметим, что будет применен предложенный автором принцип использования не всюду определенных функций при реализации всюду определенных функций. Не всюду определенную функцию назовем *слабо определенной*, если число наборов, на которых она определена, не превосходит число ее переменных, увеличенное на единицу. В изложенном ниже методе будут использованы слабо определенные функции.

Пусть $G_{0,m}$ — множество всех не всюду определенных булевых функций m переменных, сохраняющих константу 0 и равных единице на наборах, имеющих одну единичную компоненту, $G_0 = \bigcup\limits_{m=2}^{\infty} G_{0,m}$.

В представлении (1) для любого набора $\widetilde{x}$ (определяющего номер полосы i) значение не более одной из функций $f_{i,j}(\widetilde{x}), 0 \leq j \leq p$, равно единице. Вследствие этого при реализации булевых функций в произвольном базисе будет использовано представление вида

$$f(\widetilde{x}, \widetilde{y}) = \bigcup_{j=0}^{2^{n-r}-1} g(f_{1,j}(\widetilde{x}), \ldots, f_{p,j}(\widetilde{x}))K_j(\widetilde{y}), \tag{3}$$

где $g(z_1, \ldots, z_p) \in G_0$.

Базис, приведенный вес которого равен единице, назовем *нормированным*. Без ограничения общности рассмотрим нормированные базисы. Отметим, что базис B_0 — нормированный.

В случае произвольного базиса B схему S в этом базисе, реализующую произвольную булеву функцию f n переменных, получим из схемы S_0 следующим образом.

Параметры r и s представления функции f выбираем такими же, как и для базиса B_0. В блоках схемы S_0, отличных от блока D, элементы, реализующие конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание, заменим схемами в базисе B, реализующими эти функции. При этом сложность этих блоков увеличится не более чем в константу (зависящую от базиса) раз. Блоки, полученные таким способом из блоков A, B, C, E, F, обозначим как *KX*, *KY*, *UX*, *CN*, *DS*. Блок D заменим блоками *BTB* и *LW*. Блок *LW* сформируем из элементов базиса B с минимальным приведенным весом. Соединения блоков схема S приведены на рис. 1, *б*.

Опишем блоки *LW* и *BTB*. Пусть E — имеющий минимальный приведенный вес элемент базиса B, а $d+1$ — число входов элемента E.

Состоящую из m элементов E схему, в которой выход каждого элемента присоединен к последнему входу следующего элемента, назовем E^m-цепочкой, а последний ($(d+1)$-й) вход первого элемента E^m-цепочки — *стыковочным*. Вход t-го элемента E^m-цепочки с номером i полагаем $(i+(t-1)d)$-м входом этой цепочки. Блок *LW* состоит из 2^{n-r} $E^{]p/d[}$-цепочек.

Перейдем к описанию блока *BTB* (блок настройки на базис) и покажем, что его сложность линейна относительно числа его входов. Если функция, реализуемая элементом E, принадлежит множеству G_0, то блок *BTB* не потребуется.

Блок *BTB* позволяет функции, реализуемые $E^{]p/d[}$-цепочками блока LW, преобразовать в функции из множества G_0.

Функцию $u_{i,2^s-1}(\widetilde{x})$ будем называть *характеристической функцией* i полосы. Если $s' \neq s$, то характеристическая функция p-й полосы определяется как $u_{i,m}(\widetilde{x})$, где $m = 2^{s'} - 1$.

Через i_t обозначим номер полосы матрицы M^f, содержащей строку с номером t. Нетрудно проверить, что для любого t при $\widetilde{x} = X_t$ значение одной характеристической функции (полосы с номером i_t) равно единице, а значения всех функций $f_{i,j}(\widetilde{x})$, $i \neq i_t$, — нулю.

Для рассмотрения общего случая опишем несколько вспомогательных блоков. Под знаком "$\oplus$" будем понимать булеву операцию сложения по модулю два. Пусть *MD* — это $(2,1)$-блок, реализующий функцию $x_1 \oplus x_2$, MOD_m — $(m+1,m)$-блок, состоящий из m блоков *MD*, выходы (первые входы) которых являются его выходами (входами). Вторые входы блоков *MD* соединены между собой и с $(m+1)$-м входом блока MOD_m. Этот вход будем называть управляющим. Отметим, что блок MOD_1 является блоком *MD*.

Функция h, реализуемая элементом E, существенно зависит от всех своих переменных, т.е. для $\forall i$, $1 \leq i \leq d+1$, существует такой набор $a_{1,i}, a_{2,i}, \ldots, a_{d+1,i}$, что

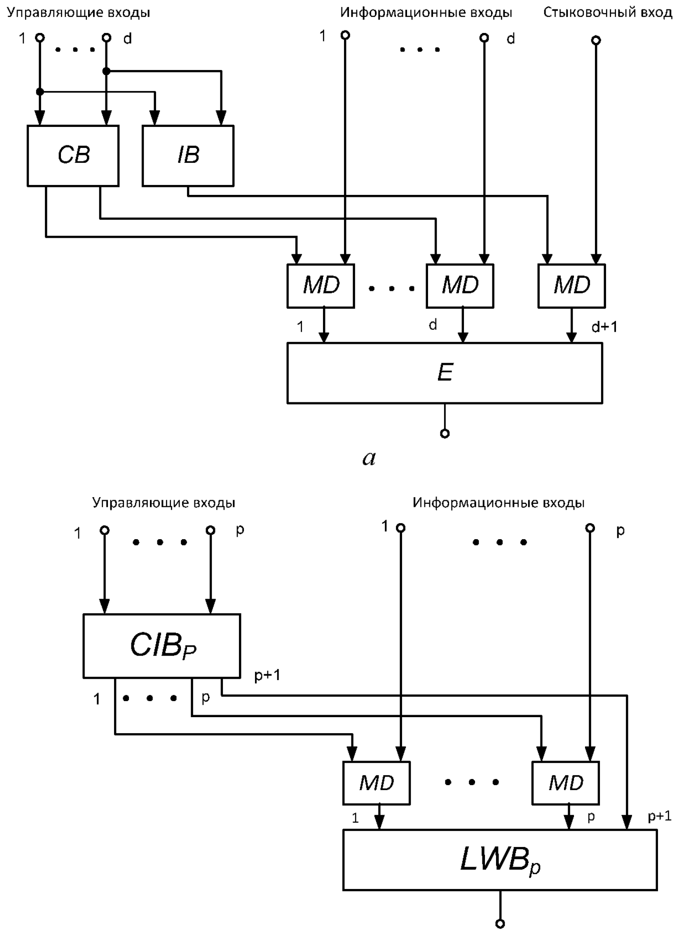
$$h(a_{1,i}, \ldots, a_{i-1,i}, x_i, a_{i+1,i}, \ldots, a_{d+1,i}) = x_i \oplus a_{i,i}. \qquad (4)$$

Переменную x_i булевой функции назовем *прямой*, если существует представление вида (4), в котором $a_{i,i} = 0$. Сначала рассмотрим случай, когда $(d+1)$-я переменная функции h является прямой: $h(a_{1,d+1}, \ldots, a_{d,d+1}, x_{d+1}) = x_{d+1}$.

Двоичный набор длиной m, в котором единственная единичная компонента имеет номер k (все компоненты равны нулю), обозначим как $b_{m,k}$ (через 0^m).

Пусть *CB* — (d,d)-блок, который на наборе $b_{d,i}$, $1 \leq i \leq d$, выдает набор $a_{1,i}, a_{2,i}, \ldots, a_{i,d}$, а на наборе 0^d — набор $a_{1,d+1}, a_{2,d+1}, \ldots, a_{d,d+1}$; *IB* — $(d,1)$-блок, значение выхода которого на наборе $b_{d,i}$, $1 \leq i \leq d$, (наборе 0^d) равно $a_{d+1,i}$ $(a_{d+1,d+1})$; S_1 — $(2d+1,1)$-схема, состоящая из элемента *E*, блока *CB*, блока *IB* и $d+1$ блоков *MD*. Соединения элементов схемы S_1 приведены на рис. 2, *а*.

Входы схемы S_1, представляющие собой входы блока *CB* (первых d блоков *MD*, $(d+1)$-го блока *MD*), назовем управляющими (информационными, стыковочным). Нетрудно проверить, что



а, *б*

Рис. 2. Соединения блоков схем S_1 (*а*) и S_2 (*б*)

1) если наборы значений управляющих и информационных входов являются набором 0^d, то значение выхода схемы S_1 равно значению ее стыковочного входа;

2) если набор значений управляющих входов является набором $b_{d,i}$, значение стыковочного входа равно нулю и набор значений информационных входов — это набор $b_{d,i}$ или 0^d, то значение выхода схемы S_1 равно значению ее i-го информационного входа.

Схему S_1 "размножим по вертикали". Через INB_p обозначим $(p, 1)$-блок, который на наборе $b_{p,i}$ выдает значение $a_{d+1,t+1}$, где $t = i - 1 \pmod{d}$.

Пусть $v =]p/d[d - p$. Если $v \neq 0$, то в схему S добавим $(1, 1)$-блок $C0$, реализующий константу нуль. Вход блока $C0$ соединим с первым входом блока *KX*. Через $CB^{]p/d[}$ обозначим (p, p)-блок, состоящий из $]p/d[$ блоков *CB*. При $v \neq 0$ j-й вход последнего блока *CB*, $d - v +$

$+1 \le j \le d$, соединен с выходом блока $C0$. Вход (выход) блока $CB^{]p/d[}$ с номером $i - (]i/d[d - i)$-й вход (выход) $]i/d[$-го блока *CB*.

Обозначим $(p, p+1)$-блок, состоящий из блоков $CB^{]p/d[}$ и INB_p, как CIB_p. Вход блока $CB^{]p/d[}$ с номером i, $1 \le i \le p$, соединен с i-м входом блока INB_p и является i-м входом блока CIB_p. Выход блока $CB^{]p/d[}$ с номером i (выход блока INB_p) — это i-й ($(p+1)$-й) выход блока CIB_p.

Через LWB_p обозначим $(p+1, 1)$-блок, являющийся $E^{]p/d[}$-цепочкой, в которой при $v \neq 0$ j-й вход последнего элемента E, $d-v+1 \le j \le d$, соединен с выходом блока $C0$. Последний вход первого элемента $E^{]p/d[}$-цепочки примем за$(p+1)$-й вход блока LWB_p и назовем его *стыковочным*.

Пусть теперь S_2 — $(2p, 1)$-схема, состоящая из блоков CIB_p, LWB_p и p блоков *MD*. Соединение элементов схемы S_2 показано на рис. 2, *б*. Входы схемы S_2, являющиеся входами блока CIB_p (блоков *MD*), назовем *управляющими* (*информационными*).

Используя определение блока INB_p, убедимся, что, если i-й, $1 \le i \le p$, управляющий (информационный) вход схемы S_2 соединен с выходом блока, реализующего характеристическую функцию i-й полосы (функцию $f_{i,j}(\widetilde{x})$), то согласно разложению (3) схема S_2 реализует функцию $f_j^{(x)}(\widetilde{x})$.

Стыковочная переменная функции, реализуемой E^2-цепочкой, всегда является прямой. Следовательно, если функция h не имеет прямых переменных, то схему S_2 можно строить на основе E^2-цепочек.

Схему S_2 "размножим по горизонтали". Через S_3 обозначим $((p-1)2^s + 2^{s'}, 2^{n-r})$-схему, состоящую из 2^{n-r} блоков LWB_p, блока CIB_p, $p-1$ блоков MOD_{2^s} и блока $MOD_{2^{s'}}$. Входы схемы S_3 — входы (кроме управляющих) блоков *MOD*. Предпоследний вход i-го блока *MOD*, на котором реализуется характеристическая функция i-й полосы, соединен с i-м входом блока CIB_p, управляющий вход i-го блока *MOD* — с i-м выходом блока CIB_p. Стыковочные входы блоков LWB_p связаны друг с другом и с $(p+1)$-м выходом блока CIB_p. Выходы схемы S_3 — это выходы блоков LWB_p.

В схеме S $(t+1)$-й вход i-го блока *MOD* соединен с выходом блока *UX*, на котором реализуется функция $u_{i,t}(\widetilde{x})$. При реализации функции f i-й вход j-го блока LWB_p соединен с $(t+1)$-м выходом i-го блока *MOD*, где t определяется из равенства $f_{i,j}(\widetilde{x}) = u_{i,t}(\widetilde{x})$.

Схема S_3 "эквивалентна" блоку D схемы S_0. Разобьем схему S_3 на два блока. Все блоки LWB_p объединим в блок *LW*. Оставшуюся часть схемы S_3 назовем блоком *BTB*.

Нетрудно проверить справедливость оценки

$$L(BTB) \le pL(MOD_{2^s}) + L(CIB_p) \le c_1 p 2^s,$$

где c_1 — некоторая константа, зависящая от базиса. Таким образом, справедливо утверждение.

Теорема. *Для произвольного полного конечного нормированного базиса B выполняется соотношение*

$$L^B(n) \leqslant \frac{2^n}{n}.$$

Следовательно, описан метод асимптотически наилучшей реализации булевых функций схемами в произвольном полном конечном базисе, который не использует предложенное Лупановым обобщенное разложение булевых функций. Изложенное выше может быть полезно разработчикам устройств обработки дискретной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лупанов О.Б.* Об одном методе синтеза схем // Изв. вузов. Радиофизика. 1958. Т. 1. № 1. С. 120–140.
2. *Лупанов О.Б.* О синтезе некоторых классов управляющих систем // Сб. Проблемы кибернетики. Вып. 10. М.: Физматгиз, 1963. С. 3–97.
3. *Яблонский С.В.* Асимптотически наилучший метод синтеза надежных схем из ненадежных элементов // Banach Center Pub. 1982. № 7. P. 11–19.

REFERENCES

[1] Lupanov O.B. On a method of synthesis of circuits. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Fizika.* [Proc. Univ., Physics], 1958, vol. 1, no. 1, pp. 120–140 (in Russ.).

[2] Lupanov O.B. On the synthesis of some classes of control systems. *Probl. Kibern.* [Probl. Cybern.], 1963, vol. 10, pp. 3–97 (in Russ.).

[3] Yablonskiy S.V. Asimptoticheski nailuchshiy metod sinteza nadezhnykh skhem iz nenadezhnykh elementov [Asymptotically best method for the synthesis of reliable circuits from unreliable elements]. Banach Center Pub., 1982, no. 7, pp. 11–19 (in Russ).

Статья поступила в редакцию 06.11.2013

Валентин Александрович Орлов — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры “Информационная безопасность” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 60 научных работ в области синтеза оптимальных управляющих систем, моделей и алгоритмов обработки дискретной информации, интеллектуальных информационных систем, информационной безопасности и криптографии.
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

V.A. Orlov — Dr. Sci. (Phys.-Math.), professor of “Information Security” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 60 publications in the field of synthesis of optimal control systems, models and algorithms of discrete data processing, intellectual information systems, information security and cryptography.
Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.