

Ю. В. Митришкин, А. Я. Коростелев

**МНОГОСВЯЗНАЯ КАСКАДНАЯ СИСТЕМА
СЛЕЖЕНИЯ ЗА ТОКОМ И ФОРМОЙ ПЛАЗМЫ
В ТОКАМАКЕ С РАЗВЯЗКОЙ КАНАЛОВ
УПРАВЛЕНИЯ**

Рассмотрена многосвязная каскадная система слежения за током и формой плазмы в токамаке на стадии ввода плазменного тока. Для синтеза внутреннего каскада слежения за сценарными токами в обмотках полоидальных магнитных полей использован метод полной динамической развязки каналов с применением редукции модели объекта по ганкелевым сингулярным числам. Для синтеза внешнего каскада слежения за формой и током плазмы применена псевдоразвязка каналов по методу Мура–Пенроуза и многомерный ПИ-регулятор. Решена задача идентификации с расчетом коэффициента П-регулятора обратной связи, гарантирующего устойчивость скалярного контура подавления вертикальной неустойчивости плазмы. Приведены результаты численного моделирования каскадной системы управления на многосвязной линейной модели объекта высокой размерности с использованием базы данных термоядерного экспериментального реактора.

E-mail: ybm@bmstu.ru

Ключевые слова: плазма, токамак, магнитное управление, обратная связь, многосвязная система, развязка каналов, редукция, идентификация, каскадное управление, слежение, многомерный ПИ-регулятор.

Необходимым условием для осуществления управляемого термоядерного синтеза является долговременное удержание высокотемпературной плазмы в магнитном поле, что может быть достигнуто в тороидальной камере с магнитными катушками (токамаке) путем использования системы магнитного управления плазмой с обратной связью. В настоящей статье приведена такая система, разработанная с применением каскадной развязки каналов для многосвязной линейной модели объекта управления на стадии ввода плазменного тока.

Для решения задач магнитного управления плазмой применяют различные методы, в частности такие, как H_∞ -теория [1–3], линейно-квадратичное управление [4], метод прогнозирующей модели [5, 6]. Метод с использованием развязки каналов управления применяется довольно давно. Он является штатным методом в системе магнитного управления токамака JET (Joint European Torus) (Великобритания) [1, 7, 8], однако там его применение ограничено квазистационарной стадией плазменного разряда. Существенным отличием и новизной предлагаемого в настоящей работе метода каскадной развязки каналов управления является его применение на стадии ввода плазменного тока. Кроме того, имеется и ряд других отличий в подходе к

развязке каналов. В токамаке JET для управления током плазмы используется отдельная цепь, а в токамаке ИТЭР (Интернациональный термоядерный экспериментальный реактор) — одиннадцать общих цепей. Регулятор токамака JET построен на основе линейной модели, в которой ток плазмы входит в вектор состояния модели, в то время как в рассматриваемом случае он является выходной переменной модели. Поэтому током плазмы управляет внешний каскад системы, а не внутренний, как на JET. Кроме того, в токамаке JET форма плазмы характеризуется 32 параметрами, что превышает число управляющих цепей, равное восьми. В токамаке ИТЭР имеется одиннадцать цепей управления, а форма плазмы характеризуется шестью параметрами.

Линейная модель DINA-L, рассматриваемая в настоящей работе, была получена посредством линеаризации нелинейной динамической модели, численно реализованной с использованием кода плазмозфизических расчетов DINA [9] для условий ИТЭР [10].

Постановка задачи. Магнитное управление плазмой в токамаке заключается в создании такого магнитного поля, которое бы обеспечило заданные значения тока плазмы и параметров ее формы, измеряемых с помощью системы магнитной диагностики. Требуемое магнитное поле создается путем пропускания токов через специально предназначенные для этого катушки, определенным образом расположенные и ориентированные в пространстве.

Индикаторами формы плазмы в ИТЭР служат шесть зазоров между сепаратрисой плазмы и шестью фиксированными точками на первой стенке токамака и двумя диверторными пластинами. Задаваемые зазоры выбирают, исходя из компромисса между более полным заполнением плазмой внутреннего объема токамака и минимизацией взаимодействия плазмы с первой стенкой для уменьшения риска ее расплавления.

Плазменный разряд в токамаке, в частности в ИТЭР, условно подразделяется на три фазы: стадию ввода плазменного тока (*i*), квазистационарную фазу (*ii*) и стадию вывода плазменного тока (*iii*). Для каждого момента времени плазменного разряда заранее рассчитаны требуемый ток плазмы, ее форма и соответствующие токи в катушках управления. Все эти данные хранятся в базе данных ИТЭР и называются сценарием плазменного разряда. Плазменный разряд обеспечивается согласно заданному сценарию путем программного создания сценарных токов в катушках и одновременной работой системы обратной связи, следящей за током плазмы и параметрами ее формы.

Магнитное управление плазмой на различных фазах разряда преследует разные цели. На фазе ввода тока плазмы основная цель управления — это обеспечение нарастания тока плазмы по заданному сценарию и слежение за заданными изменениями геометрических параметров формы плазмы. Цель управления на квазистационарной фазе

разряда — это стабилизация тока и формы плазмы при действии возмущений типа малого срыва [2, 11].

Поскольку плазма в токамаке ИТЭР является неустойчивой в вертикальном направлении при диверторной конфигурации, то на протяжении практически всего плазменного разряда требуется стабилизация вертикальной скорости плазмы относительно нулевого значения.

Несмотря на разные цели управления, преследуемые на разных стадиях плазменного разряда, в настоящей работе рассматривается возможность использования системы магнитного управления с неизменной структурой для работы как на стадии ввода плазменного тока, так и на квазистационарной стадии разряда.

Задача, поставленная в настоящей работе, — разработать двухкаскадную многосвязную систему магнитного управления плазмой в токамаке, внутренний контур которой будет обеспечивать слежение за токами в катушках центрального соленоида и полоидальных магнитных полей, а внешний — за параметрами формы и током плазмы. При этом должен быть обеспечен компромисс между ошибками слежения за токами в катушках и ошибками слежения за параметрами формы плазмы.

Модель объекта управления. На рис. 1 приведено вертикальное сечение ИТЭР, где показана система магнитных поверхностей как на стадии ввода тока плазмы (рис. 1, *а*), так и на квазистационарной стадии разряда (рис. 1, *б*). На рис. 1, *б* введены следующие обозначения: $CSU_1, CSU_2, CSU_3, CSL_1, CSL_2, CSL_3$ — обмотки центрального соленоида ИТЭР; $PF_1 \dots PF_6$ — обмотки полоидальных магнитных полей; $g_3 \dots g_6$ — управляемые зазоры между первой стенкой и сепаратрисой в выбранных точках вертикального сечения; g_1, g_2 — зазоры между “усами” сепаратрисы и фиксированными точками на диверторных пластинах.

В рамках задачи магнитного управления плазма в токамаке ИТЭР представляет собой многомерный нелинейный объект управления [2, 10, 11]. Входами данного объекта являются напряжения на катушках полоидального магнитного поля, подаваемые от мощных управляемых многофазных тиристорных преобразователей переменного напряжения в постоянное напряжение: от быстрого преобразователя (6 кВ, 22 кА) для вертикальной стабилизации; от десяти преобразователей (1,5 кВ, 45 кА) катушек $CSU_2, CSU_3, CSL_2, CSL_3, PF_1 \dots PF_6$; от одного преобразователя (3 кВ, 45 кА), осуществляющего питание последовательного соединения двух обмоток центрального соленоида CSL_1 и CSU_1 , для управления формой и током плазмы. Выходами объекта управления являются измеряемые с помощью системы диагностики шесть зазоров между сепаратрисой плазмы и первой стенкой токамака, характеризующие форму плазмы, вертикальная скорость центра

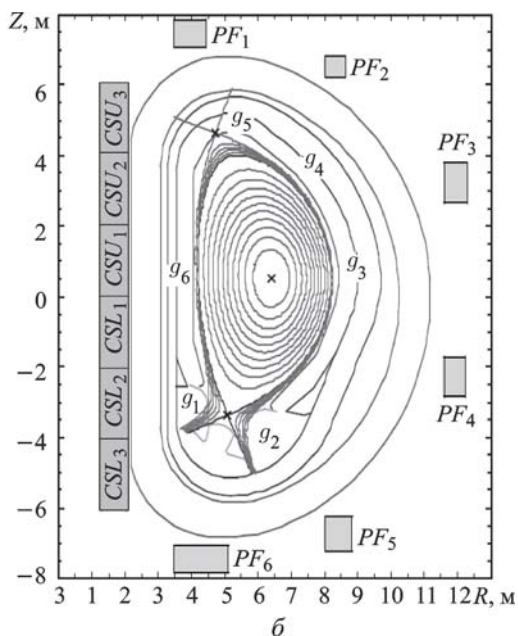
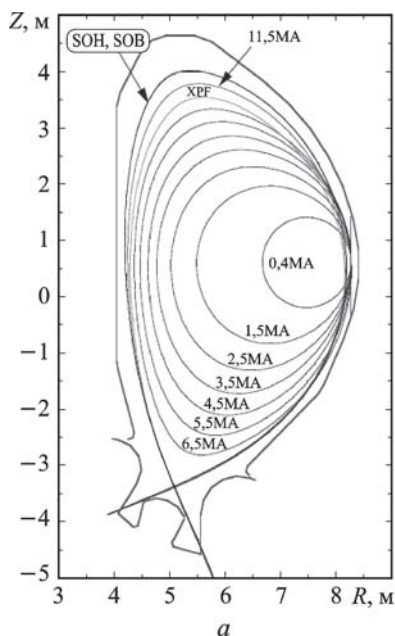


Рис. 1. Поперечное сечение ИТЭР:

a — эволюция границы плазмы в течение подъема тока плазмы, стадии нагрева (SOH — Start Of Heating) и горения термоядерной реакции (SOB — Start Of Burn); *б* — магнитная конфигурация плазменного шнура и управляемые зазоры между сепаратрисой и первой стенкой: $g_1 \dots g_6$ (CS (Central Solenoid) — секционированный центральный соленоид, PF (Poloidal Field) — обмотки полоидальных магнитных полей)

плазменного шнура, ток плазмы и одиннадцать токов в катушках полоидального магнитного поля (19 выходных сигналов).

Моделью для математического описания динамических процессов в токамаке ИТЭР является код плазмофизических расчетов DINA [9]. Подтверждением достоверности его результатов является то, что он был экспериментально апробирован на действующих установках с воздушным сердечником: DIII-D (США) [12], JT-60U (Япония) [13], TCV (Швейцария) [13, 14], а условия работы таких установок во многом подобны условиям работы ИТЭР. На основе данного кода можно получить линеаризованные модели, используя процедуру линеаризации, описанную в работах [2, 10, 11]. Линеаризация осуществляется в окрестности заданной опорной точки сценария. В полученные таким образом модели входят не абсолютные значения физических величин, а их отклонения от сценарных значений в опорной точке.

Из базы данных ИТЭР были выбраны четыре базовые магнитные конфигурации сценария плазменного разряда (а именно для значений тока плазмы 11,5 МА (56,21 с), 12,5 МА (63,22 с), 13,5 МА (72,55 с) и 15 МА (100 с)) на стадии ввода плазменного тока, когда уже сформировалась сепаратрисная поверхность с *X*-точкой. Для этих четырех точек были получены линейные модели плазмы в токамаке. Анализ

полученных моделей показал, что отличия между ними как во временной, так и в частотной областях относительно невелики [15]. Поэтому последующая разработка системы управления велась на основе только одной из полученных линейных моделей, а именно для тока плазмы 11,5 МА.

Линеаризованная модель плазмы в токамаке в пространстве состояний имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + B_1 u_1; \\ y_1 &= C_1 x_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где $y_1 = [\delta Z \ \delta g^T \ \delta I_{pl} \ \delta I_{coil}^T]^T$ — вектор-столбец измеряемых выходных сигналов, содержащий отклонения вертикального положения центра плазменного шнура δZ и зазоров между сепаратрисой плазмы и внутренней стенкой токамака $\delta g = [\delta g_1 \ \dots \ \delta g_6]^T$, отклонения тока плазмы δI_{pl} и токов в катушках полоидального магнитного поля δI_{coil} ; u_1 — вектор-столбец отклонений напряжений, подаваемых на катушки полоидального магнитного поля; $x_1 = [\delta I_{coil}^T \ \delta I_{ps}^T]^T$ — вектор-столбец состояний модели, состоящий из отклонений токов в катушках δI_{coil} и пассивных структурах δI_{ps} (камере, первой стенке и т.п.) от равновесного положения. Далее все матрицы и векторы, относящиеся к полной линеаризованной модели плазмы в ИТЭР (1), обозначены индексом 1.

Все физические величины выражены в системе единиц СИ. Поэтому элементы входных и выходных сигналов объекта управления имеют следующие физические размерности: $[u] = \text{В}$, $[\delta Z_{mag}] = \text{м}$, $[\delta g] = \text{м}$, $[dI_{pl}] = \text{А}$, $[\delta I_{coils}] = \text{А}$, $[\delta I_{ps}] = \text{А}$. Заданные физические размерности переменных величин в модели определяют размерности элементов матриц уравнений объекта: $[A_1] = \text{с}^{-1}$; $[B_1] = \text{Г}^{-1}$. Элементы строки (1:7) в матрице C_1 имеют размерность м/А, а строки (8:19) — безразмерные.

В настоящей работе в целях наглядного упрощения не учитывается динамика исполнительных устройств и системы диагностики, с помощью которой в реальной системе будет проводиться измерение выходных сигналов объекта управления. Также не учитывается влияние возмущений, т.е. резких изменений (спадов) внутренней индуктивности плазмы l_i , и отношения газокINETического давления плазмы к давлению внешнего магнитного поля β_p при малых срывах. Принято допущение, что на стадии ввода тока плазмы возмущения типа малого срыва не появляются.

Если представить матрицу $C_1 \in R^{19 \times 127}$ линеаризованной модели в виде блочной матрицы

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{coils} & C_{ps} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где подматрицы $C_{coils} \in R^{19 \times 11}$, а $C_{ps} \in R^{19 \times 116}$, то можно отметить, что элементы подматрицы C_{ps} , которые соответствуют токам в пас-

сивных структурах, имеют на несколько порядков меньшее значение, чем элементы подматрицы C_{coils} , соответствующие токам в обмотках полоидального магнитного поля. Это указывает на то, что в тех условиях, в которых применима линейная модель, все выходные сигналы можно с достаточно высокой степенью точности считать линейными комбинациями значений токов в обмотках управления. Данный факт будет использован при проектировании многомерного регулятора для управления током и формой плазмы.

Скалярный контур подавления вертикальной скорости плазмы. Плазма в токамаке ИТЭР является неустойчивой по каналу управления вертикальной скоростью. Это является следствием вертикальной вытянутости, придаваемой плазменному шнуру в современных токамаках для обеспечения наилучших экономических и технических характеристик. Величина, обратная неустойчивому полюсу линеаризованной модели, имеет значение $\sim 0,1$ с. Кроме того, вблизи начала координат система имеет 11 полюсов, отражающих динамику изменения токов в управляющих обмотках.

Подавить вертикальную неустойчивость можно путем введения пропорциональной обратной связи по скорости вертикального движения центра плазменного шнура. Сигнал скорости вычисляется прохождением сигнала δZ через дифференцирующий фильтр с передаточной функцией $s/(T_{df}s + 1)$, где $T_{df} = 0,003$ с.

Управляющее воздействие от стабилизирующего регулятора подается на специально предусмотренный для этого преобразователь напряжения вертикальной стабилизации (6 кВ, 22 кА), подключенный к четырем катушкам $PF_2 \dots PF_5$ (рис. 2). По сравнению с основными преобразователями, которые подключаются по одному к каждой катушке, преобразователь вертикальной стабилизации имеет более высокое выходное напряжение и меньшие постоянные времени транспортного и инерционного запаздываний, благодаря чему обеспечивается эффективное подавление вертикальной неустойчивости плазмы.

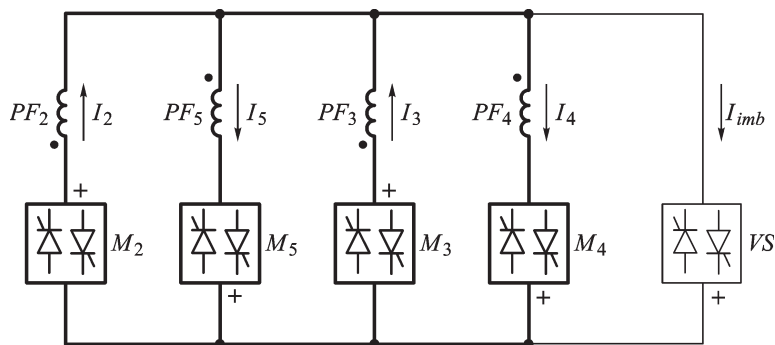


Рис. 2. Схема подключения быстрого преобразователя напряжения для подавления вертикальной скорости плазмы

Для выбора коэффициента пропорционального регулятора использована линейная модель второго порядка, полученная путем идентификации по данным численного эксперимента на нелинейном коде плазмозфизических расчетов DINA [16]. Использование такой модели для синтеза пропорционального регулятора имеет ряд преимуществ по сравнению с моделью высокого порядка, описанной ранее. В частности, для такой модели может быть аналитически определена область значений коэффициента регулятора, обеспечивающих устойчивость замкнутой скалярной системы.

В результате решения задачи идентификации были найдены параметры скалярной передаточной функции модели объекта управления

$$W(s) = K / [(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)]$$

с одним неустойчивым полюсом $s_0 = -1/T_2 > 0$. Объект управления включает в себя исполнительное устройство, плазму в токамаке и дифференцирующий фильтр. Значения найдены путем идентификации параметров и приведены в таблице.

Таблица

Данные идентификации скалярной модели плазмы в ИТЭР

№ точки	Ток плазмы, МА	Время сценария ИТЭР, с	K	T_1	T_2	Запас устойчивости по амплитуде, дБ	Запас устойчивости по фазе, градусы
1	11,5	56,2	0,086	0,032	-0,122	-5,56	34,9
2	12,5	63,2	0,082	0,039	-0,120	-5,13	29,6
3	13,5	72,6	0,077	0,041	-0,121	-4,55	28,0
4	15,0	100,0	0,069	0,038	-0,124	-3,69	28,8

Несмотря на существенное изменение тока плазмы в диапазоне от 11,5 до 15 МА на исследованном участке сценария, параметры объекта управления изменяются незначительно [15], что позволяет применять для его стабилизации пропорциональный регулятор с неизменным коэффициентом усиления.

Было проведено исследование устойчивости идентифицированных моделей, в результате чего был рассчитан коэффициент пропорционального регулятора, обеспечивающий максимальные значения запасов устойчивости замкнутой системы для всех исследованных точек сценария. Значения запасов устойчивости, которые обеспечивает выбранный регулятор, приведены в таблице. Диаграммы Найквиста для разомкнутых идентифицированных систем с выбранным регулятором показаны на рис. 3.

В дальнейшем при управлении всей стадией ввода тока плазмы предполагается применение адаптивного регулятора, возможности которого исследованы в работе [17].

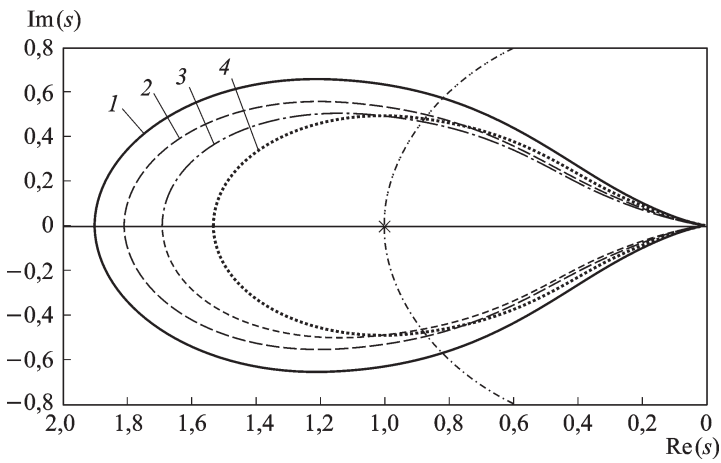


Рис. 3. Диаграммы Найквиста для скалярных систем, полученных в результате идентификации, с рассчитанным коэффициентом пропорционального регулятора:
 1, 2, 3, 4 – 11,5 МА; 12,5 МА; 13,5 МА, 15,0 МА

Редукция модели токов в обмотках центрального соленоида и полоидальных магнитных полей. Следующий шаг в синтезе системы магнитного управления плазмой — это разработка системы слежения за токами в управляющих обмотках. С данной точки зрения интересующими нас выходами системы будут являться одиннадцать токов в обмотках управления, а входами — одиннадцать напряжений на них (рис. 4). В дальнейшем речь идет о системе, уже включающей в себя замкнутый контур вертикальной стабилизации и поэтому не имеющей полюсов в правой полуплоскости \mathbb{C}^+ комплексной плоскости \mathbb{C} .

Такая система с одиннадцатью входами и одиннадцатью выходами представлена уравнениями в пространстве состояний такого же вида, как и модель (1):

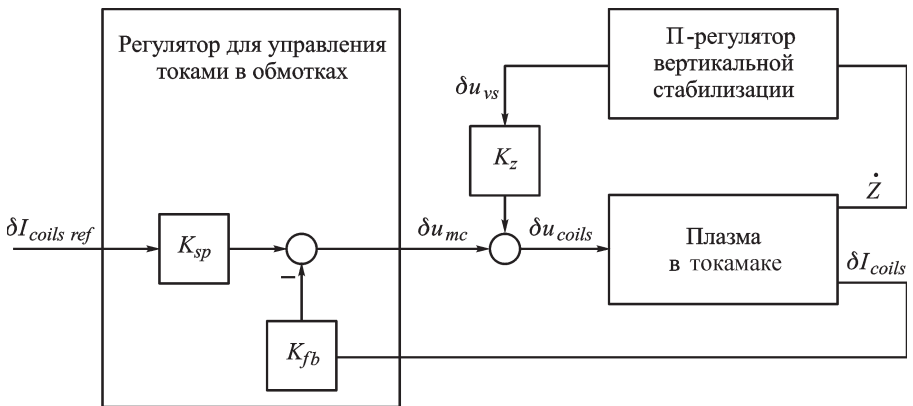


Рис. 4. Структурная схема внутреннего каскада управления токами в магнитных обмотках

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u_2;$$

$$y_2 = C_2 x_2,$$

но здесь $x_2 \in \mathbb{R}^{128}$ — вектор состояния, а именно отклонения токов в активных и пассивных структурах; $u_2 \in \mathbb{R}^{11}$ — отклонения напряжений на обмотках полоидального магнитного поля; $y_2 \in \mathbb{R}$ — вектор отклонений измеренных токов в обмотках управления. Данная система имеет 128-й порядок (на один больше, чем исходная) за счет включенного в нее замкнутого контура вертикальной стабилизации с дифференцирующим фильтром, имеющим один нуль в начале координат и один устойчивый полюс. Далее по тексту все векторы и матрицы, относящиеся к модели токов в обмотках центрального соленоида и полоидального магнитного поля, обозначены индексом 2.

Как будет показано далее, для синтеза предлагаемого закона управления необходимо иметь модель объекта с числом состояний, равным числу входов и выходов, что может быть достигнуто с помощью редукции исходной системы. Общий принцип редукции состоит в отбрасывании тех состояний, которые вносят наименьший вклад в общую взаимосвязь между входами и выходами системы [18, 19].

Для иллюстрации использованного подхода составим матричную функцию $X(t) = e^{A_2 t} B_2$, которую можно интерпретировать как матрицу, состоящую из векторов-столбцов состояний системы при подаче дельта-функций отдельно на каждый из ее входов. Для оценки значения этой функции можно использовать матрицу

$$P = \int_0^{\infty} X(t) X^T(t) dt = \int_0^{\infty} e^{A_2 t} B_2 B_2^T e^{A_2^T t} dt, \quad (3)$$

называемую грамианом управляемости. Эта матрица описывает степень влияния импульсного входа на различные компоненты вектора состояния x_2 . Путем перехода к новому базису в пространстве состояний исходную систему можно привести к такому виду, что матрица P будет диагональной. В этом случае ее элементы будут отражать степень влияния входов на каждый элемент вектора состояния или относительную управляемость каждого состояния. Однако мы не можем освободиться от переменных, которые соответствуют малым диагональным элементам, так как они могут оказывать сильное влияние на выход. Поэтому целесообразно оценить, какой вклад в энергию выхода дают различные состояния. Если вход равен нулю, то выход будет $y_2(t) = C_2 e^{A_2 t} x_{20}$ с вектором начальных условий x_{20} . Тогда энергию

выхода можно измерить с помощью скаляра

$$\int_0^{\infty} y_2^T(t) y_2(t) dt = x_{20}^T \int_0^{\infty} e^{A_2^T t} C_2^T C_2 e^{A_2 t} dt x_{20} = x_{20}^T Q x_{20},$$

где матрица

$$Q = \int_0^{\infty} e^{A_2^T t} C_2^T C_2 e^{A_2 t} dt \quad (4)$$

называется грамианом наблюдаемости. Ее также можно сделать диагональной, и диагональные элементы будут отражать степень влияния каждой компоненты вектора состояния в новом базисе на выход системы (при нулевом значении входа).

Можно доказать [18, 19], что в пространстве состояний управляемой и наблюдаемой системы может быть найден такой базис, который делает грамианы управляемости и наблюдаемости, равными одной и той же диагональной матрице $P = Q = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \triangleq \Sigma$, где $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n > 0$ называются ганкелевыми сингулярными числами системы.

Грамианы управляемости и наблюдаемости определены только для асимптотически устойчивых систем, так как в противном случае интегралы в выражениях (3) и (4) расходятся. Поэтому для редукции модели с неустойчивой матричной передаточной функцией $W(s)$ она предварительно раскладывается (декомпозируется) на сумму двух матричных передаточных функций $W(s) = W_s(s) + W_u(s)$, где все полюса $W_s(s)$ лежат в открытой левой полуплоскости \mathbb{C}^- , а все полюса $W_u(s)$ — в замкнутой правой полуплоскости $\bar{\mathbb{C}}^+$ ($\mathbb{C} = \mathbb{C}^- \cup \bar{\mathbb{C}}^+$ — комплексная плоскость). Порядок устойчивой части понижается путем отбрасывания состояний, соответствующих значениям ганкелевых сингулярных чисел в Σ ниже определенного порога, в результате чего определяется редуцированная устойчивая часть $W_{sa}(s)$. Затем общая редуцированная система получается суммированием редуцированной устойчивой части и отделенной ранее неустойчивой передаточной матрицы: $W_a(s) = W_{sa}(s) + W_u(s)$.

У рассматриваемой системы 128-го порядка со скалярным контуром подавления вертикальной неустойчивости плазмы имеется одиннадцать полюсов, лежащих практически в начале координат, что связано с очень низким сопротивлением сверхпроводящих обмоток центрального соленоида и полоидальных магнитных полей. Таким образом, система разделяется на две подсистемы — неустойчивую 11-го порядка, отражающую динамику токов в самих магнитных обмотках, и устойчивую 117-го порядка, которая представляет динамику наведенных токов Фуко в пассивных структурах. В ходе численного экспе-

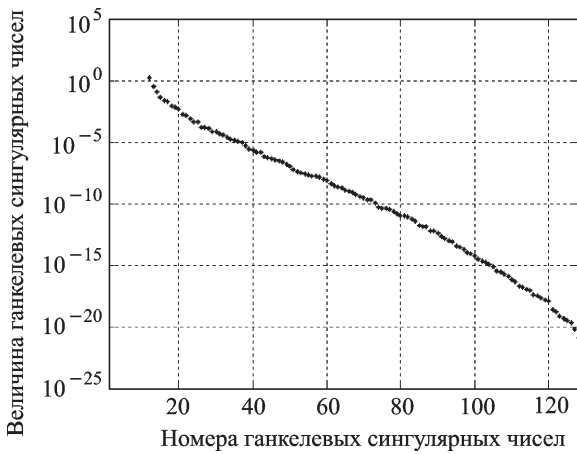


Рис. 5. Ганкелевы сингулярные числа устойчивой части редуцируемой системы

римента выяснилось, что устойчивая часть системы не вносит заметного вклада в работу замкнутого контура регулирования. Поэтому она может быть полностью отброшена без существенных последствий для управления. Графики ганкелевых сингулярных чисел системы приведены на рис. 5, причем первые одиннадцать значений, соответствующие неустойчивым состояниям системы, здесь не показаны.

Контур управления токами в обмотках (внутренний многосвязный каскад). Для управления токами в обмотках (см. рис. 4) предлагается использовать закон управления u с прямым воздействием r через матрицу K_{sp} (sp — setpoint: заданное значение регулируемой величины (уставка)) и обратной связью по выходу y через матрицу K_{fb} (fb — feedback: обратная связь):

$$u_2 = K_{sp}r - K_{fb}y_2, \quad (5)$$

где r — вектор желаемых отклонений токов в обмотках полоидального магнитного поля (вектор задающих воздействий). При таком законе управления замкнутая система будет описываться уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \Lambda x_2 + B_2 K_{sp}r; \\ y_2 &= C_2 x_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Lambda = A_2 - B_2 K_{fb} C_2$. Основная идея предлагаемого метода развязки каналов первого (внутреннего) каскада заключается в выборе таких матриц K_{fb} и K_{sp} , чтобы матрица Λ стала диагональной и система распалась на совокупность независимых скалярных подсистем. Если матрицы B_2 и C_2 — квадратные (или, другими словами, система имеет равное число входов, выходов и состояний) и невырожденные, то условия развязки достигаются при выборе матриц обратной и прямой связей в виде:

$$K_{fb} = B_2^{-1} (A_2 - \Lambda) C_2^{-1}, \quad K_{sp} = -B_2^{-1} \Lambda C_2^{-1}, \quad (7)$$

где значения коэффициентов диагональной матрицы Λ могут быть выбраны произвольно для обеспечения желаемой динамики замкнутой системы. Сделать матрицы B_2 и C_2 квадратными можно путем редукции имеющейся линеаризованной системы до 11-го порядка. В результате замкнутая система с выбранными согласно выражению (7) матрицами K_{fb} и K_{sp} будет описываться уравнениями (6) и иметь единичную матрицу Ξ коэффициентов усиления на нулевой частоте, т.е. при $\dot{x}_2 = 0$ из уравнений (6) будет следовать, что $y_{20} = C_2 x_{20} = C_2 [-\Lambda^{-1} B_2 K_{sp} r_0] = \Xi r_0$. Значения всех диагональных элементов матрицы Λ были выбраны равными -1 , и в результате система распалась на одиннадцать независимых устойчивых апериодических звеньев первого порядка с постоянной времени, равной 1 с.

Моделирование работы полученного регулятора в замкнутой системе, описываемого уравнениями (5) для развязки каналов управления внутреннего каскада, проводилось с исходной линеаризованной моделью 127-го порядка. На рис. 6 показано, как система управления отслеживает заданные сценарные изменения токов в катушках центрального соленоида и полоидальных магнитных полей.

Контур управления током и формой плазмы (внешний многосвязный каскад). Для слежения за заданными (программными) значениями тока и параметрами формы плазмы был разработан второй контур регулирования (внешний многосвязный каскад), структурная схема которого приведена на рис. 7. Регулируемыми величинами для него являются отклонение тока плазмы и отклонения шести зазоров

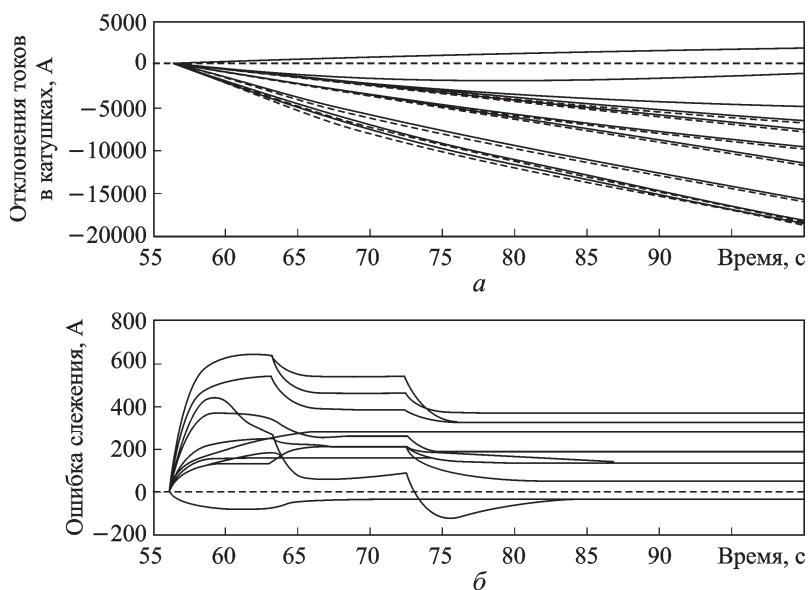


Рис. 6. Слежение за сценарными токами (штриховая кривая) в обмотках:
 a — отклонения токов в катушках (сплошная кривая) от заданных значений в опорной точке сценария; b — ошибки отслеживания токов

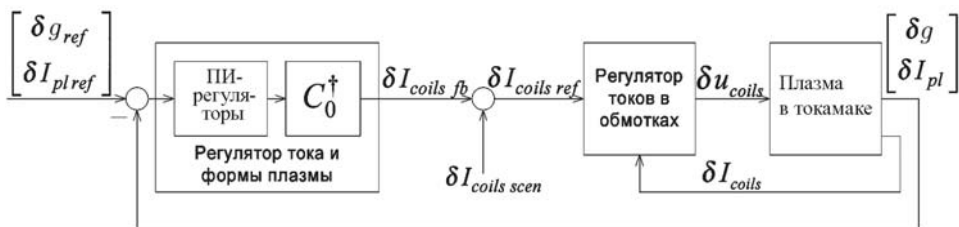


Рис. 7. Структурная схема внешнего каскада (второго контура) управления током и параметрами формы плазмы

между выбранной магнитной поверхностью плазмы и первой стенкой токамака. Выходными переменными регулятора являются корректирующие составляющие на токи в катушках полоидального магнитного поля $\delta I_{coils\ fb}$. Векторное задающее воздействие на регулятор внутреннего контура $\delta I_{coils\ ref}$ вычисляется как сумма сценарных отклонений токов в катушках $\delta I_{coils\ scen}$ и сигналов обратной связи $\delta I_{coils\ fb}$.

Принцип действия внешнего контура регулирования следующий. В линейной модели отклонения тока плазмы и значений зазоров могут быть аппроксимированы линейной комбинацией отклонений токов в катушках. Это следует из анализа матрицы C_1 исходной линеаризованной модели плазмы (1) в ИТЭР. Первые одиннадцать состояний линеаризованной модели являются отклонениями токов в катушках управления, а остальные — отклонениями токов в пассивных структурах. Элементы матрицы C_1 , соответствующие первым одиннадцати состояниям, имеют значения на несколько порядков бóльшие, чем значения остальных элементов матрицы. Это означает, что в линеаризованной модели отклонения тока и параметров формы плазмы зависят в основном от отклонений токов в катушках (возмущения β_p и l_i в настоящей работе не учитывались). Эта зависимость может быть аппроксимирована следующим уравнением:

$$\begin{bmatrix} \delta g^T & \delta I_{pl} \end{bmatrix}^T \approx C_0 \delta I_{coils},$$

где $C_0 \in \mathbb{R}^{7 \times 11}$ — подматрица матрицы C_1 , являющаяся также подматрицей матрицы $C_{coils} \in \mathbb{R}^{19 \times 11}$ в (2).

Поскольку число катушек полоидального магнитного поля (одиннадцать) больше, чем число регулируемых переменных (семь), а матрица C_0 имеет полный ранг строк, то любые возможные значения зазоров и тока плазмы могут быть обеспечены заданием определенной комбинации токов в катушках. Более того, существует бесконечное число таких комбинаций, которые приводят к одним и тем же значениям тока плазмы и зазоров. Наиболее логичным выбором среди этого бесконечного числа является выбор комбинации токов в катушках, обладающей наименьшей 2-нормой в \mathbb{R}^{11} . Такой выбор токов управления

может быть достигнут путем задания в виде

$$\delta I_{coils\ ref} = C_0^\dagger [(\delta g_{ref})^\top \quad \delta I_{pl\ ref}]^\top,$$

где $C_0^\dagger = C_0^\top (C_0 C_0^\top)^{-1}$ — это матрица, псевдообратная матрице C_0 , которая носит название матрицы Мура–Пенроуза [20]. Матрица C^\dagger — правая обратная матрица к матрице C_0 : $C_0 C^\dagger = \Xi$. При замыкании обратной связи во второй многомерный контур было введено семь одинаковых независимых пропорционально-интегральных (ПИ) регуляторов, т.е. многомерный диагональный ПИ-регулятор размера 7×7 .

Моделирование двухкаскадной системы управления проводилось путем задания сценарных отклонений тока плазмы и зазоров в качестве задающих воздействий на внешний контур регулирования в целях перехода к следующей точке сценария. Поскольку регулятор разработан с использованием линеаризованной модели, то при проведении моделирования все входные и выходные сигналы регулятора берутся в отклонениях от той рабочей точки, в которой проводилась линеаризация модели объекта управления. Под рассогласованиями зазоров понимаются разности между заданными и полученными значениями отклонений зазоров. Из результатов моделирования, показанных на рис. 8, следует, что ошибки не превышают $3 \cdot 10^5$ А для тока плазмы и 0,02 м для зазоров.

При моделировании работы двухконтурной системы управления выяснилось, что при повышении точности слежения за сценарными значениями токов в катушках снижается точность слежения за параметрами формы и током плазмы, и наоборот. То есть эти две цели управления в определенной степени противоречат друг другу. Это связано, по-видимому, с тем, что плазма обладает свойством “вмороженности” в магнитное поле. Распределение магнитного полоидального поля, в свою очередь, создается токами в катушках управления. Поэтому, при задании желаемого сценария плазменного разряда программными изменениями токов в катушках центрального соленоида и в катушках полоидальных магнитных полей и исходя из критериев обеспечения разряда, создается относительная жесткая связь между программными токами и управляемыми зазорами, а также током плазмы. Эта связь заставляет искать компромиссы в работе регулятора.

Компромисс был найден путем задания различных настроек внешнего и внутреннего контуров регулирования. При этом относительные значения отклонений для момента времени 63,22 с (точка 12,5 МА) составили 6,4 % для токов в катушках, 0,9 % — для зазоров и 2,2 % — для тока плазмы. Приведенные здесь относительные оценки рассогласования векторных величин (11-мерного вектора токов в катушках и 6-мерного вектора параметров формы плазмы) вычислялись как отношение евклидовой нормы вектора рассогласования к

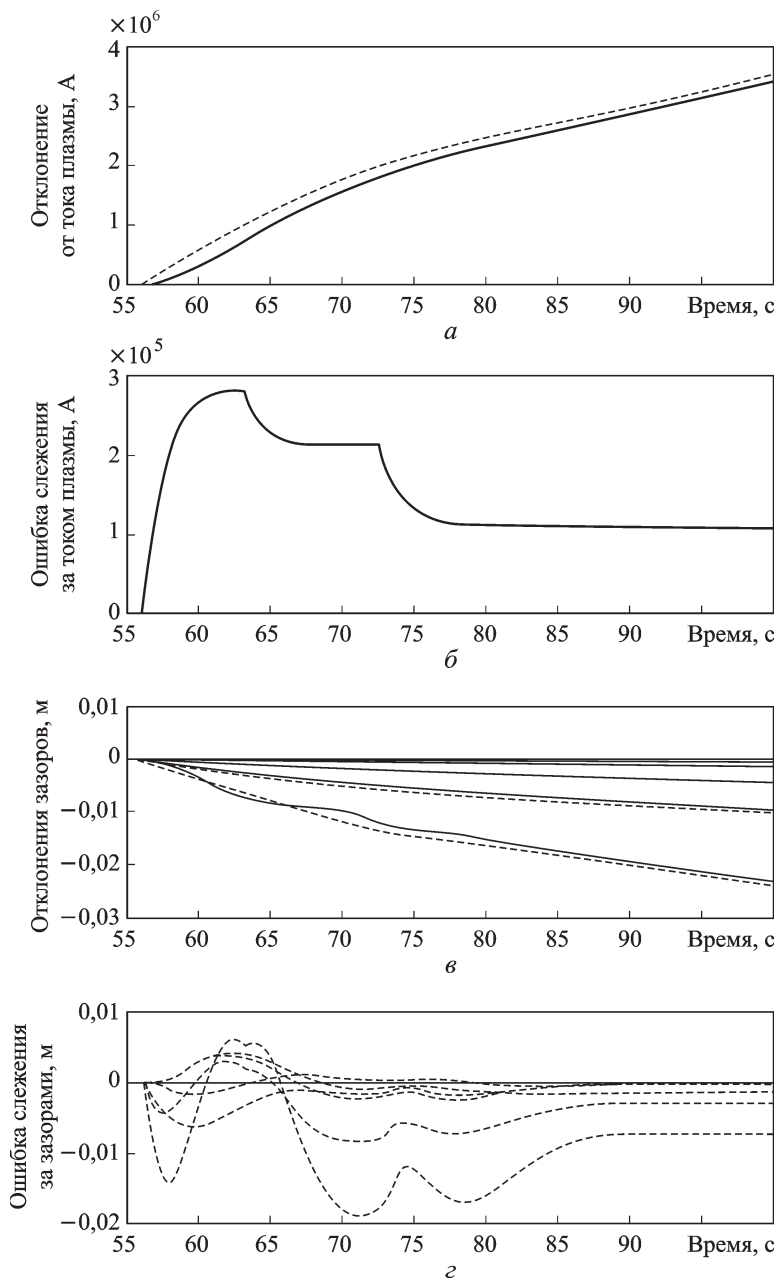


Рис. 8. Слежение за током и параметрами формы плазмы:

a – слежение за током плазмы; *б* – ошибка слежения за током плазмы; *в* – слежение за зазорами; *г* – ошибка слежения за зазорами; штриховая кривая – сценарий (*a*, *в*); сплошная – отклонение тока плазмы (*a*) и зазоров (*в*)

норме вектора сценарного значения данной векторной величины: $e = \|x - x_{scen}\|_2 / \|x_{scen}\|_2$, где x – значение вектора, полученное при моделировании, x_{scen} – сценарное значение, e – относительная ошибка рассогласования.

Выводы. В работе применен метод динамической развязки каналов в двухкаскадной системе управления формой и током плазмы в токамаке-реакторе.

Данный метод путем введения определенных матричных коэффициентов в прямую и обратную связи во внутреннем каскаде позволяет добиться разбиения многомерной динамической системы управления токами в обмотках полоидальных магнитных полей на совокупность независимых устойчивых апериодических звеньев первого порядка с заданными постоянными времени. Область применения данного метода ограничена требованием равенства числа входов, выходов и состояний объекта. Однако данное ограничение снимается в результате применения редукции модели объекта управления до числа состояний, которое равно числу входов и выходов. В результате редукции были отброшены состояния линейной модели, отражающие динамику наведенных токов Фуко в пассивных структурах. Полученные результаты свидетельствуют о том, что для синтезированного во внутреннем многомерном контуре закона управления токи в пассивных структурах практически не влияют на управление токами в обмотках полоидального магнитного поля при условии наличия скалярного контура подавления вертикальной неустойчивости плазмы.

Во внешнем каскаде управления зазорами и током плазмы, поскольку число входов регулятора (шесть вариаций зазоров и вариация тока плазмы) не равно числу выходных воздействий (одиннадцать напряжений на обмотках управления), была применена псевдоразвязка с использованием псевдообращенной матрицы Мура–Пенроуза. В псевдоразвязанном многомерном контуре управления использовался многомерный 7×7 диагональный ПИ-регулятор.

Была достигнута согласованная работа двух векторных каскадов управления, которая обеспечила желаемый компромисс при слежении за сценарными воздействиями токов управления, зазоров и тока плазмы.

Для подавления вертикальной скорости плазмы был использован пропорциональный регулятор с коэффициентом усиления, выбранным на основе проведенного исследования устойчивости линейной модели 2-го порядка для скорости вертикального движения плазмы, полученной путем идентификации по данным численного эксперимента с использованием нелинейного кода плазмозфизических расчетов DINA.

Методом математического моделирования на линейной модели объекта показаны приемлемые результаты применения предложенного подхода к разработке системы магнитного управления плазмой в токамаке ИТЭР на стадии ввода плазменного тока.

Авторы благодарят за обсуждение постановки задачи сотрудников Троицкого института инновационных и термоядерных исследований

(ТРИНИТИ), кандидатов физ.-мат. наук Р.Р. Хайрутдинова и В.Н. Докуку, а также выражают признательность за передачу линеаризованных моделей плазмы, полученных с использованием кода DINA, для разработки системы управления формой и током плазмы в ИТЭР.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 06-08-00265).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ariola M., Pironaty A. Magnetic control of tokamak plasmas. – Springer-Verlag, 2008. – 162 p.
2. Докука В. Н., Кадуриин А. В., Митришкин Ю. В., Хайрутдинов Р. Р. Синтез и моделирование H_∞ -системы магнитного управления плазмой в токамаке-реакторе // Автоматика и телемеханика – 2007. – № 8. – С. 126–145.
3. Mitrishkin Y. V., Korostelev A. Y., Sushin I. S., Khayrutdinov R. R., Dokuka V. N. Plasma shape and current tracking control system for tokamak // Proceedings of The 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing, Moscow, June 3–5, 2009, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences, 2009. – Fr-C7.1. – P. 2133–2138.
4. Belyakov V., Kavin A., Khayritonov V. et al. Linear quadratic Gaussian controller design for plasma current, position and shape control system in ITER // Fusion Engineering and Design. – Vol. 45. – 1999. – P. 55–64.
5. Gossner J. R., Vyas P., Kouvaritakis B., Morris A. W. Application of cautious stable predictive control to vertical positioning in COMPASS-D Tokamak // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 1999. – Vol. 7, no. 5. – P. 580–587.
6. Митришкин Ю. В., Коростелев А. Я. Система с прогнозирующей моделью для управления формой и током плазмы в токамаке // Проблемы управления. – 2008. – № 5. – С. 19–25.
7. Ariola M., Pironati A. Plasma shape control for the JET tokamak. An optimal output regulation approach // IEEE Control Systems Magazine. – No. 5. October. – 2005. – P. 65–75.
8. Sartori F., Tommasi G., Piccolo F. The Joint European Torus. Plasma position and shape control in the world's largest tokamak // IEEE Control Systems Magazine. – 2006. – No. 2, April. – P. 64–78.
9. Лукаш В. Э., Докука В. Н., Хайрутдинов Р. Р. Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе МАТЛАВ для решения задач управления плазмой токамака // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. – 2004. – Вып. 1. – С. 40–49.
10. Mitrishkin Y. V., Dokuka V. N., Khayrutdinov R. R. Linearization of ITER plasma equilibrium model on DINA code // 32nd EPS Plasma Physics Conference, Tarragona, Spain, ID P5.080, June 2005.
11. Методология проектирования системы магнитного управления плазмой в термоядерном токамаке-реакторе / Ю.В. Митришкин, В.Н. Докука, Р.Р. Хайрутдинов и др. // Труды VII Междунар. конф. “Идентификация систем и задачи управления”, SICPRO’08, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – Москва, 28–31 января 2008. – С. 1752–1795.
12. Vasiliev N. N., Khayrutdinov R. R., Lukash V. E. Time-dependent simulation of DIII-D Plasma Evolution using the DINA code // Preprint IAE-6074/7. – 1998. – 29 p.

13. Lister J. B., Khayrutdinov R. R., Limebeer D. J. N. et al. Linear and non-linear plasma equilibrium responses on the JT-60U and TCV tokamaks // *Fusion Eng. and Design* 56–57 (2001) 755–759.
14. Khayrutdinov R. R., Lister J. B., Lukash V. E. and Wainwright J. P. Comparing DINA code simulations with TCV experimental plasma equilibrium responses // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. – 2001. – Vol. 43. – P. 321–342.
15. Mitrishkin Y., Korostelev A., Kartsev N. et al. Synthesis and modeling of plasma vertical speed, shape, and current profile control systems in tokamak // *Proceedings of International Workshop “Control for Nuclear Fusion”*, Eindhoven University of Technology, the Netherlands, May 7–8, 2008. www.wtb.tue.nl/cnf/program.php
16. Коростелев А. Я., Митришкин Ю. В. Идентификация модели скорости вертикального движения плазмы в токамаке // *Студенч. науч. вестник. Сб. тез. докл. общеуниверситетской науч.-техн. конф. “Студенческая весна – 2008”*, 2–30 апреля 2008 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. – Издание науч.-техн. ассоц. “Актуальные проблемы фундаментальных наук”, Т. IV, Ч. 1. – С. 141–142.
17. Митришкин Ю. В., Карцев Н. М. Стабилизация замкнутой системы управления с неопределенностью в нестационарных параметрах объекта // *Вестник МГТУ. Серия “Приборостроение”*. – 2009. – № 4. – С. 69–83.
18. Green M., Limebeer D. J. N. *Linear robust control*. – Prentice Hall Inc., A Paramount Communications Company / Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1995. – 538 p.
19. Skogestad S., Postlethwaite I. *Multivariable feedback control. Analysis and design*. – John Wiley, 2005. – 574 p.
20. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1977.

Статья поступила в редакцию 6.03.2009

Юрий Владимирович Митришкин родился в 1946 г., окончил в 1970 г. Куйбышевский политехнический институт им. В.В. Куйбышева и в 1982 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 200 научных работ в области систем управления.

Yu. V. Mitrishkin (b. 1946) graduated from the Kuibyshev Polytechnic Institute n. a. V.V. Kuibyshev in 1970 and the Lomonosov Moscow State University in 1982. D. Sc. (Eng.), professor of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of about 200 publications in the field of control systems.

Александр Яковлевич Коростелев родился в 1980 г., окончил в 2003 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 13 научных работ.

A. Ya. Korostelev (b. 1980) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2003. Post-graduate of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 13 publications in the field of control systems.