

**УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЯЗКОЙ ДЛЯ МОДЕЛИ ТИПА
«ПОЛОВИНА МАШИНЫ»: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
АЛГОРИТМОВ ЛИНЕЙНОГО И ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОГО
УПРАВЛЕНИЯ С АКТИВНЫМ ПОДАВЛЕНИЕМ ПОМЕХ**

**М. Алхелу
А.И. Гаврилов**

muhammed.alhelou@gmail.com
alexgavrilov@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрены линейный мультиинвариантный и многомерный линейно-квадратичный подходы к реализации активного управления подавлением помех. Первый подход основан на управлении многомерными системами, входное число которых равно выходному числу, с использованием нескольких отдельных элементов активного управления подавлением помех. Второй подход основан на преобразовании задачи управления в многомерную управляемую систему с использованием линейного квадратичного регулятора. Параметры двух предлагаемых алгоритмов синтеза управления настраиваются с помощью требуемой частоты среза замкнутого контура и динамического множителя скорости наблюдателя. Многокритериальная процедура оптимизации выполнена с использованием алгоритма NSGA-II. Предложенные подходы подтверждены моделированием системы активного управления подвеской автомобиля. Тестирование проведено с учетом движения транспортного средства с относительно высокими скоростями в предположении, что возмущенное движение происходит только в вертикальном направлении. В результате моделирования выявлено, что при использовании предлагаемых подходов показатели качества улучшились в отношении смещения поддресоренной массы с несущественным ухудшением ее ускорения. Первый подход можно считать эффективным при управлении многомерными системами, кроме простоты конструкции и простоты настройки ее параметров. Второй подход дает лучшие результаты, чем первый, но с большими затратами в математических расчетах

Ключевые слова

Активное управление подавлением помех, модель типа «половина машины», расширенный наблюдатель состояния, генетический алгоритм, многокритериальная оптимизация, проблема комфорта, проблема управляемости на дороге, ПД-регулятор, следящий дифференциатор

Поступила 04.07.2020

Принята 28.09.2020

© Автор(ы), 2021

Введение. Конструкции автомобильных подвесок обычно являются компромиссом между управляемостью на дороге и комфортом пассажира [1] — система подвески должна обеспечивать хорошую управляемость автомобилем (проблема обеспечения управляемости) и максимально изолировать пассажира от дорожных помех (проблема комфорта). Хорошая управляемость требует жесткой подвески, а хороший комфорт — мягкой подвески, таким образом, основной задачей является определение компромисса в плане обеспечения указанных параметров.

В настоящее время существует ряд подходов к конструкции подвески, обеспечивающих компромисс между комфортом и управляемостью. Одним из таких подходов является оптимизация коэффициентов пассивной системы подвески с использованием генетического алгоритма [2]. Тем не менее физические ограничения не позволяют с помощью пассивной подвески обеспечить требования по комфорту и управляемости. Для улучшения процесса оптимизации в других подходах используется система активной подвески [3–6]. Для стабилизации позиции кузова автомобиля в [7–9] предложена реализация активного управления подавлением помех (АУПП) с использованием стратегии развязки контуров, в [10, 11] рассмотрено применение АУПП для улучшения комфорта.

Обычно процесс оптимизации проводится для параметров наблюдателя АУПП [12, 13], чтобы приблизить состояние системы к реальному. Для этого используются некоторые алгоритмы оптимизации (например, Heat-Transfer-Search, NSGA-II и др.) [14, 15].

Процедуры развязки требуют точного знания всех деталей системы и на основе этих знаний формируются законы развязки, которые позволяют связать каждый выход в системе с одним соответствующим входом. Приведены два метода разделения, которые не требуют точных знаний об изучаемой системе. Предложен новый подход к оптимизации параметров АУПП с использованием алгоритма NSGA-II [16]. В настоящей работе сначала рассмотрены схема АУПП и стратегия линейно-квадратичного разделения АУПП (ЛКР-АУПП), затем — модель типа «половина машины» (МПМ) с активной подвеской, далее для МПМ сформулировано АУПП. Приведена задача многокритериальной оптимизации для АУПП типа МПМ, затем результаты моделирования.

Схема линейного АУПП (ЛАУПП) второго порядка. Структура ЛАУПП основана на обобщенной стратегии АУПП [17]. На рис. 1 показаны компоненты структуры ЛАУПП второго порядка. Схема АУПП состоит из контуров обратной связи и оценки, а также содержит четыре основных блока: пропорционально-дериwативный (ПД) и линейно-квадратичный

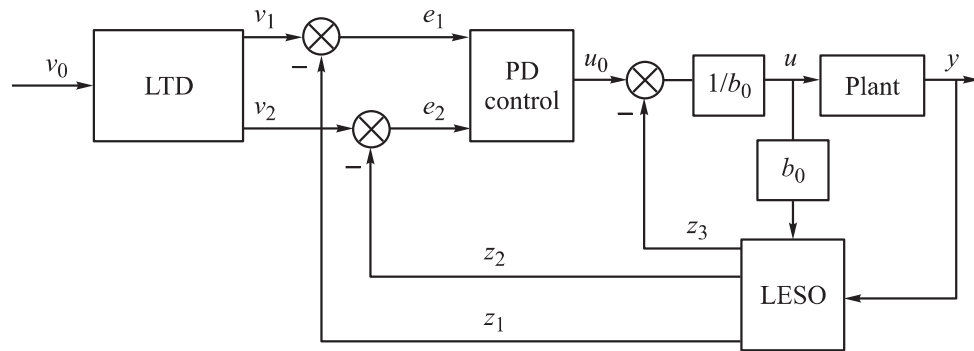


Рис. 1. Компоненты структуры ЛАУПП второго порядка

регуляторы (proportional-derivative (PD), linear-quadratic regulator (LQR)), линейный расширенный наблюдатель состояния (РНС, linear extended state observer (LESO)), линейный следящий дифференциатор (СД, linear tracking differentiator (LTD)) и схему удаления помех.

Линейный СД (ЛСД). С помощью ЛСД требуемый сигнал сглаживается и выходные сигналы генерируются для отслеживания требуемого сигнала и его разности. Алгоритм выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= v_2; \\ \dot{v}_2 &= -k_1(v_1 - v_0) - k_2v_2, \end{aligned} \tag{1}$$

где v_1 — сигнал отслеживания системы; v_2 — дифференциальный сигнал системы; v_0 — требуемый сигнал; k_1, k_2 — настраиваемые параметры ЛСД. Когда $k_1 = r^2, k_2 = 2r, r > 0$, перерегулирование отсутствует, время переходного процесса составляет примерно $T_0 = 7/r$, где r — коэффициент скорости.

Линейный РНС (ЛРНС). Идея РНС заключается в том, чтобы получить информацию об обобщенных возмущениях — неопределенностях, внешних возмущениях \hat{f} и внутренней динамике системы $\hat{y}, \dot{\hat{y}}$.

Динамику системы можно представить в общем виде как

$$\ddot{y} = g(t, y, \dot{y}) + b_0u + w, \tag{2}$$

где $g(\cdot)$ — функция, описывающая динамику объекта (включая неизвестную динамику); y — выходной сигнал; b_0 — коэффициент системы; u — управление; w — внешнее возмущение. Компоненты динамики системы ($g(\cdot), b_0, w$) обычно точно неизвестны. Объединив внешние и внутренние возмущения в одной функции $f(\cdot)$, систему можно представить так:

$$\ddot{y} = f(t, y, \dot{y}, w) + b_0u. \tag{3}$$

В пространстве состояний уравнение (3) можно записать в виде

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= f + b_0 u; \\ y &= x_1.\end{aligned}$$

Общее возмущение добавляется к состояниям следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= x_3 + a u; \\ \dot{x}_3 &= \dot{f}(t, x_1, x_2, w); \\ y &= x_1.\end{aligned}$$

Это может быть выражено в пространстве состояний как

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_x x + B_x u + E_x \dot{f}; \\ y &= C_x x,\end{aligned}$$

где

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_x = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C_x = [1 \ 0 \ 0]; \quad E_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Линейный РНС используется для наблюдения состояний x_1, x_2, x_3 . Таким образом, ЛРНС может быть представлен в виде

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 - \alpha_1 \hat{e}; \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \hat{b}_0 u - \alpha_2 \hat{e}; \\ \dot{z}_3 &= -\alpha_3 \hat{e},\end{aligned}$$

где z_1, z_2, z_3 — аппроксимированные значения состояний x_1, x_2, x_3 соответственно; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — коэффициенты наблюдателя; $\hat{e} = y - z_1$ — оценка ошибки; \hat{b}_0 — аппроксимированное значение для b_0 в уравнении (1), оно может быть выбрано в этой структуре эмпирически.

Наблюдаемые переменные ($\hat{y} = z_1, \dot{\hat{y}} = z_2, \ddot{\hat{y}} = z_3$) помимо аппроксимированного значения \hat{b}_0 используются для удаления возмущения и управления системой (см. рис. 1).

Схема подавления помех. Схема подавления помех может быть определена как

$$u = \frac{u_0 - z_3}{\hat{b}_0} = \frac{u_0 - \dot{\hat{y}}}{\hat{b}_0}, \quad (4)$$

где u_0 — выход регулятора.

В уравнении (3) заменим u его расчетным значением, получим

$$\ddot{y} = f(.) + b_0 \left(\frac{u_0 - \hat{f}}{\hat{b}_0} \right).$$

Если $\hat{b}_0 \approx b_0$ и $\hat{f} \approx f$, то динамическое уравнение можно записать как $\ddot{y} \approx u_0$.

Регулятор обратной связи. Если в качестве регулятора обратной связи используется ПД-регулятор, то управляющий сигнал u_0 можно записать в виде

$$u_0(t) = K_p(y_{ref} - \hat{y}) + K_d \dot{\hat{y}}.$$

Коэффициенты ПД-регулятора можно представить как

$$K_p = w_{CL}^2; \quad K_d = -2\xi w_{CL}, \quad (5)$$

где w_{CL} и ξ — желаемые полюс и коэффициент демпфирования замкнутой системы.

Полюсы w_{ESO} наблюдателя должны быть помещены n раз слева от полюса замкнутого цикла, чтобы гарантировать, что динамика наблюдателя достаточно быстрая, где $n \in [3, 10]$, т. е. $w_{ESO} = n w_{CL}$. Здесь все полюсы наблюдателя для простоты размещены в одном месте.

Характеристическое уравнение наблюдателя примет вид

$$D(\lambda) = (\lambda - w_{ESO})^3 = \lambda^3 - 3w_{ESO}\lambda^2 - 3w_{ESO}^2\lambda - w_{ESO}^3;$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ вычисляются путем решения уравнения

$$D(\lambda) = |sI - A_x + LC_x|,$$

где

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}.$$

В результате коэффициенты наблюдателя выбираются следующим образом:

$$\alpha_1 = -3w_{ESO}; \quad \alpha_2 = -3w_{ESO}^2; \quad \alpha_3 = -w_{ESO}^3. \quad (6)$$

Стратегия ЛКР-АУПП с развязкой контуров. Рассмотрим многомерную систему с n, m входами и p выходами. Объединив внешние и внутренние возмущения в одну функцию $f(.)$, динамику можно записать в виде

$$C = [1_p \ 0_p \ 0_p \ \dots \ 0_p]_{p \times (n+1)}; \quad L = \begin{bmatrix} L_1(p \times p) \\ L_2(p \times p) \\ \dots \\ L_n(p \times p) \\ L_{n+1}(p \times p) \end{bmatrix};$$

здесь $1_p, 0_p$ — единичная и нулевая матрицы; $0_{i \times j}$ — нулевой вектор.

Вектор $z_{n+1} \approx f(.)$ используется для активного удаления $f(.)$ с применением закона управления:

$$au = [u_0 - z_{n+1}] \Rightarrow u = a^T(aa^T)^{-1} [u_0 - z_{n+1}] = A_c [u_0 - z_{n+1}].$$

Этот закон управления разделяет систему на множество p параллельных систем интеграторов степени n : $y^{(n)} \approx u_0$.

Теперь можно использовать многомерный контроллер:

$$u_0 = K_1(r - z_1) - K_2z_2 - \dots - K_nz_n,$$

где $K = [K_1(p \times p) \ K_2(p \times p) \ \dots \ K_n(p \times p)]$ — управляющая матрица;

$r = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_p]^T$ — желаемое заданное значение для векторного вывода $y(t)$. Таким образом, управляющий сигнал будет определяться так:

$$u = A_c (-K [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n] - z_{n+1}) = -A_c [K \ 1_p] z = -Mz.$$

Два основных расширенных системных уравнения запишем как

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX - BMz + Ef; \\ \dot{z} &= Az - BMz + L(y - Cz) \end{aligned} \tag{10}$$

или в виде векторной матрицы

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BM \\ LC & A - BM - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \dot{f}.$$

Чтобы повысить точность наблюдателя, перейдем к новым координатам в виде $\Delta X = X - z$. Вычитая обе стороны отношения (10), получаем

$$\begin{aligned} \Delta \dot{X} &= AX + Ef - Az - LCX + LCz; \\ \Delta \dot{X} &= (A - LC) \Delta X + Ef. \end{aligned}$$

Из уравнения (10), заменив z на $X - \Delta X$, получим

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX - BM(X - \Delta X) + Ef; \\ \dot{X} &= (A - BM)X + BM \Delta X + Ef. \end{aligned}$$

В результате всю систему можно выразить как векторную матрицу

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \Delta \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{M} & \mathbf{B}\mathbf{M} \\ 0 & \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \Delta \mathbf{X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}.$$

Характеристическое уравнение для системы имеет вид

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{M}| |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}| = 0 \quad (\mathbf{I} = \text{Identity matrix}).$$

Это уравнение можно разделить на два независимых характеристических уравнения:

$$\begin{aligned} |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{M}| &= 0; \\ |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}| &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, регулятор и наблюдатель могут синтезироваться независимо, и для замкнутого контура можно получить разделенный многомерный АУПП.

Следуя процедурам из [18], можно рассчитать ЛКР наблюдателя и контроллера для заданной степени стабильности w_{CL} следующим образом.

Algorithm 1 LQR-MIMO-ADRC

Procedure: MATLAB Controller Design; Inputs: $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1$ from Eq. 7;

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1, \quad \mathbf{R} = \beta \mathbf{I}_m, \quad w_{CL} \text{ desired cut-off frequency, } \beta = \text{const}$$

$$\text{Step}_1: \mathbf{A}_w = \mathbf{A}_1 + w_{CL} \mathbf{I}_n$$

$$\text{Step}_2: \mathbf{K} = \text{lq e}(\mathbf{A}_w, \mathbf{B}_1, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$$

$$\text{Outputs: } \mathbf{K} = [\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2 \dots \mathbf{K}_n]$$

Algorithm 2 LQR-MIMO-ADRC

Procedure: MATLAB Observer Design; Inputs: $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ from Eq. 9;

$$\mathbf{Q}_0 = \mathbf{C}^T \mathbf{C}, \quad \mathbf{R}_0 = \gamma_0 \mathbf{I}_m, \quad \gamma_0 = \text{const}$$

$$\text{Step}_1: \mathbf{A}_0 = \mathbf{A} + \gamma w_{CL} \mathbf{I}_{n+1}$$

$$\text{Step}_2: \mathbf{K}_0 = \text{lq e}(\mathbf{A}_0, \mathbf{B}, \mathbf{Q}_0, \mathbf{R}_0)$$

$$\text{Step}_3: \mathbf{L} = \text{Transpose}(\mathbf{K}_0)$$

$$\text{Outputs: } \mathbf{L} = [\mathbf{L}_1 \quad \mathbf{L}_2 \dots \mathbf{L}_{n+1}]$$

Активная подвеска с моделью типа МПМ. Система подвески показана на рис. 2 и представляет собой автомобиль на передних и задних колесах (система подвески с четырьмя степенями свободы относительно тангажа).

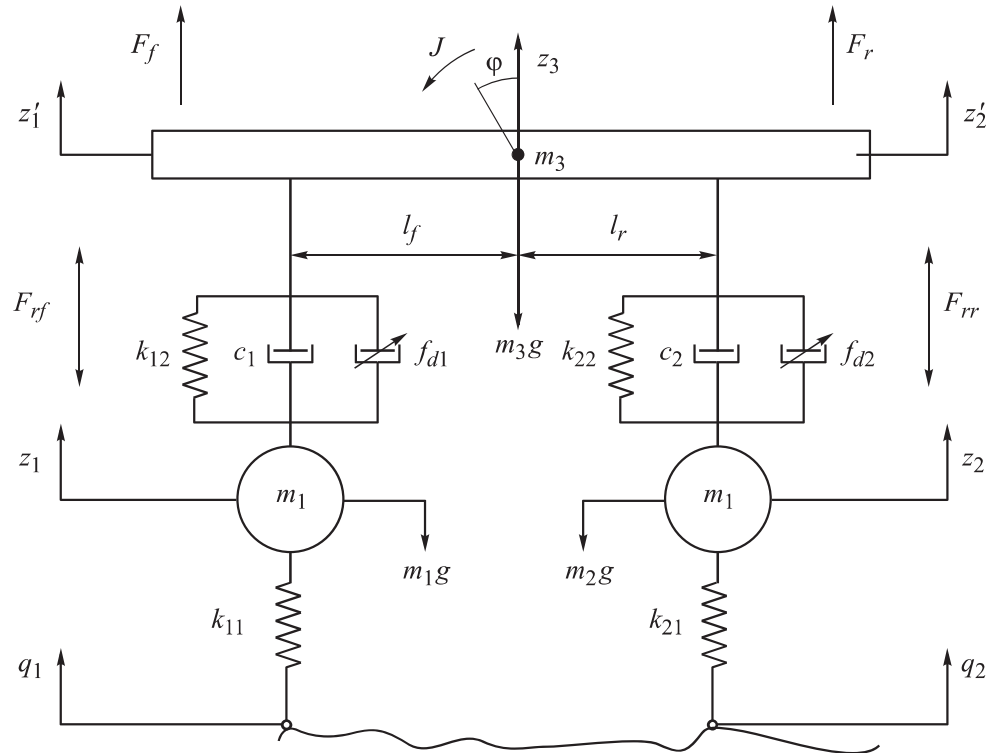


Рис. 2. Система активной подвески модели типа МПМ

Для каждого колеса подвеска состоит из пружины k_{12} , k_{22} , демпфера c_1 , c_2 и гидропривода f_{d1} , f_{d2} ; k_{11} , k_{21} — жесткость шин. Эффективная масса кузова автомобиля обозначается как m_3 (подрессоренная масса), а m_1 , m_2 (неподрессоренная масса) — эффективная масса колес и осей; z_1 , z_2 , z'_1 , z'_2 — вертикальные смещения от статического равновесия для m_1 , m_2 и m_3 соответственно; q_1 , q_2 — профиль дороги; перемещения $y_1 = z z'_1 - z_1$, $y_2 = z'_2 - z_2$ подвески измеряются и сравниваются с заданными точками ($r_1 = 0$, $r_2 = 0$); F_{rf} , F_{rr} — постоянное трение для передней и задней частей подвески; φ — угол тангажа; J — момент инерции тела относительно оси вращения; l_f , l_r — расстояние между передней и задней подвесками и центром тяжести автомобиля. Для устранения ошибки и, следовательно, для уменьшения колебаний автомобиля необходимые силы исполнительных механизмов определяются регулятором. Каждый привод может обеспечить максимальную силу 1500 Н.

Приблизительные значения параметров системы типа МПМ [5] приведены в таблице.

Параметры системы типа МПМ

Параметр	Единица измерения	Значение	Параметр	Единица измерения	Значение
m_1	кг	40	k_{22}	$\text{Н} \cdot \text{м}^{-1}$	17 500
m_2	кг	35,5	c_1	$\text{Н} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}$	1290
m_3	кг	730	c_2	$\text{Н} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}$	1620
k_{11}	$\text{Н} \cdot \text{м}^{-1}$	175 500	F_{ff}, F_{rr}	Н	50
k_{12}	$\text{Н} \cdot \text{м}^{-1}$	19 960	l_r	м	1,011
k_{21}	$\text{Н} \cdot \text{м}^{-1}$	175 500	l_f	м	1,803

Уравнения движения линейной МПМ можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{z}_1 &= -k_{11}(z_1 - q_1) + k_{12}(z'_1 - z_1) + c_1(\dot{z}'_1 - \dot{z}_1) + F_{ff} - f_{d1} - m_1 g; \\
 m_2 \ddot{z}_2 &= -k_{21}(z_2 - q_2) + k_{22}(z'_2 - z_2) + c_2(\dot{z}'_2 - \dot{z}_2) + F_{rr} - f_{d2} - m_2 g; \\
 m_3 \ddot{z}_3 &= k_{12}(z_1 - z'_1) + k_{22}(z_2 - z'_2) + c_1(\dot{z}_1 - \dot{z}'_1) + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}'_2) + \\
 &\quad + f_{d1} + f_{d2} - F_{rr} - F_{ff} - m_3 g; \\
 J \ddot{\phi} &= -[k_{12}(z_1 - z'_1) + c_1(\dot{z}_1 - \dot{z}'_1)]l_f + [k_{22}(z_2 - z'_2) + c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}'_2)]l_r - \\
 &\quad - l_f f_{d1} + l_r f_{d2} + l_f F_{ff} - l_r F_{rr}; \\
 z'_1 &= z_3 - \phi l_f; \\
 z'_2 &= z_3 + \phi l_r.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Управление моделью МПМ с помощью АУПП. Для моделирования управления активной системой подвески на МПМ в среде MATLAB построены блоки, представляющие собой линейную модель. Используются два подхода к моделированию управления линейной моделью. В первом подходе выходы y_1, y_2 развязываются с использованием двух параллельных ЛАУПП второго порядка, как показано на рис. 3, а. Во втором подходе развязка достигается с помощью ЛКР-АУПП (рис. 3, б).

Разработка АУПП для первого подхода. В этом подходе предполагается, что система ведет себя как две связанные системы второго порядка с выходными данными $y_1 = z'_1 - z_1, y_2 = z'_2 - z_2$ и входами f_{d1}, f_{d2} . Эти две системы могут быть представлены двумя уравнениями:

$$\begin{aligned}
 \ddot{y}_1 &= f_1 + a_1 f_{d1}; \\
 \ddot{y}_2 &= f_2 + a_2 f_{d2},
 \end{aligned}$$

где f_1 и f_2 — общие помехи первой и второй систем, включая эффект связи от второй и первой систем. Следовательно, два разных ЛАУПП

могут использоваться для устранения общих помех в каждой системе (см. рис. 3, а). Для этого применяются две разные ЛСД, ЛРНС, схемы подавления помех и ПД-регуляторы.

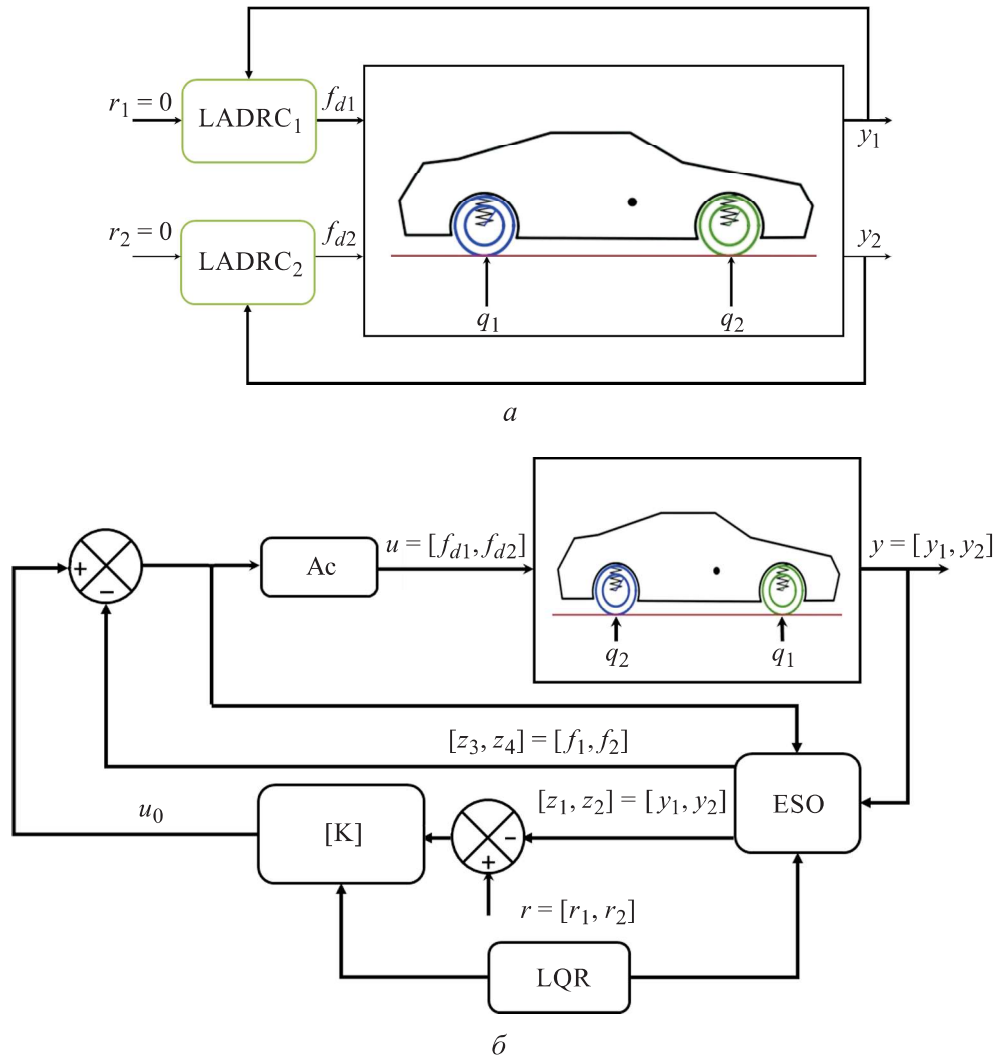


Рис. 3. Схемы первого (а) и второго (б) подходов к развязке

Разработка АУПП для второго подхода. Для схемы многомерного АУПП уравнения (11) записываются в форме (7):

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2]^T; \quad \mathbf{f} = [f_1 \ f_2]^T; \quad \mathbf{u} = [f_{d1} \ f_{d2}]^T; \quad \mathbf{X}_0 = [x_1 \ x_2]^T = [y_1 \ y_2]^T;$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Система с расширенным вектором состояния может быть описана как

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f}; \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X}.$$

Наблюдатель в уравнении (9) представлен уравнениями:

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}); \quad \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}.$$

Матрицы регуляторов \mathbf{K} и наблюдателей \mathbf{L} рассчитываются, как в алгоритмах (1) и (2), a_1, a_2 можно выбрать опытным путем.

Многообъектная многокритериальная оптимизация (ММО). Основная задача многообъектной оптимизации (МОО) — найти вектор настраиваемых параметров $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$, который с учетом ограничений неравенства p и равенства q минимизирует фитнес-функцию $F(\mathbf{X}) = [f_1(\mathbf{X}) \ f_2(\mathbf{X}) \ \dots \ f_m(\mathbf{X})]^T$. В дополнение к ограничениям на настраиваемые параметры \mathbf{X} запишем так:

$$\begin{aligned} P_i(\mathbf{X}) &\leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p; \\ Q_j(\mathbf{X}) &= 0, \quad j = 1, 2, \dots, q; \\ x_k^{(L)} &\leq x_k \leq x_k^{(U)}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Для реализации ММО [15] необходимо выполнить процедуру МОО проектирования (МООП). Эта процедура основана на трех основных этапах:

- определение задачи МОО (цели, переменные решения и ограничения);
- процесс ММО (поиск);
- принятие многокритериальных решений (анализ и отбор).

В рамках настоящей работы алгоритм NSGA-II предлагается в качестве алгоритма оптимизации, который применяется для решения задачи, сформулированной в следующем виде:

$$\min_{\mathbf{X}} F(\mathbf{X}) \quad \text{subject to} \quad \mathbf{LB} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{UB}. \quad (12)$$

Алгоритм NSGA-II — это модифицированная версия NSGA, которая имеет лучший алгоритм сортировки, включает в себя элитарность и не требует выбора параметра совместного доступа априори. Он состоит из шести основных этапов: инициализация популяции, недоминируемая сортировка, расстояние скопления элементов, отбор, генетические операторы и, наконец, рекомбинация и отбор. Эти шесть этапов подробно рассмотрены в [16].

Формулировка МОО для первого и второго подходов. Конструкция обычной подвески ориентирована на получение хорошего компромисса между комфортом и управляемостью. Для этого вводятся две основные функции стоимости:

– наибольшее вертикальное ускорение тела, достигаемое транспортным средством, представляющее собой анализ индекса комфорта,

$$F_1 = \max(|\ddot{z}_1|); \quad (13)$$

– дисперсия хода, достигнутого подвеской, представляет собой анализ индекса управляемости. Это можно записать как дисперсию управляющего сигнала

$$F_2 = \text{var}(f_{d1}). \quad (14)$$

Основной переменной в двух подходах являются частота среза w_{CL} и множитель γ , которые определяют скорость динамики наблюдателя $w_{ESO} = \gamma w_{CL}$. Итак, для двух подходов выберем переменные решения: $\{w_{CL}, \gamma\}$; w_{CL} будет варьироваться в диапазоне [1; 10], а γ — в диапазоне [3; 10]. В результате МОО может быть сформулирована, как в уравнении (12) с учетом выбора

$$X = [w_{CL} \ \gamma]^T; \quad (15)$$

$$LB = [1 \ 3]; \quad UB = [10 \ 10] \quad (16)$$

и фитнес-функции $F(X) = [F_1(X) \ F_2(X)]$.

Результаты моделирования. Наиболее важной ситуацией, на которую следует обратить внимание при изучении и анализе системы подвески транспортного средства, является случай, когда транспортное средство подвергается внезапному возмущению со стороны дорожного покрытия типа «горб» и движется с относительно высокой скоростью. Для этой цели протестируем систему управления с двумя разными скоростями $v_1 = 45$ км/ч, $v_2 = 60$ км/ч и типом возмущения, представленным уравнениями:

$$w_f(t) = \begin{cases} 0,5h \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi vt_f}{\lambda}\right) \right), & t_0 \leq t_f \leq t_0 + \frac{\lambda}{v}, \\ 0 & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$$w_r(t) = \begin{cases} 0,5h \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi vt_r}{\lambda}\right) \right), & t_d \leq t_r \leq t_d + \frac{\lambda}{v}, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

где w_f, w_r — внезапные горбы, которые обращены к передним и задним колесам; h — высота горба; v — скорость транспортного средства; t_0 — момент, когда начинается фронтальный горб; $t_d = t_0 + L/v$ — момент, когда начинается задний горб (L — расстояние между передней и задней подвесками); λ — длина волны возмущения. На рис. 4 показаны горбы (q_1, q_2) для передних и задних колес, соответствующие $v = 45$ км/ч, $h = 0,07$ м, $t_0 = 10$ с, $L = 2,814$ м, $\lambda = 9,1$ м.

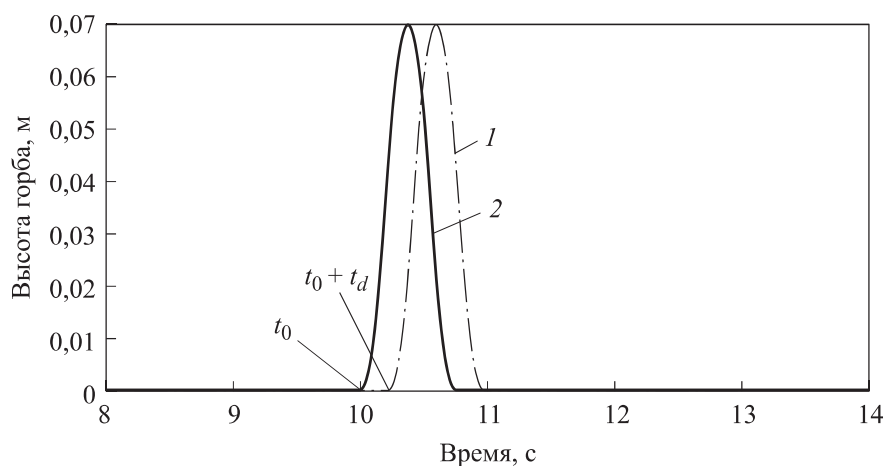


Рис. 4. Дорожные горбы для модели МПМ (кривые 1 и 2 — заднее и переднее колеса)

Два основных этапа моделирования выполняются для проверки двух изученных подходов. Для первого подхода и для каждого ЛАУПП $b_0 = 0,001$ (выбирается опытным путем). Параметры ЛРНС $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ выбираются, как в уравнении (6), коэффициенты ПД — как в (5). Управляющий сигнал рассчитывается по уравнению (4). Минимизация ограничена использованием двух конфликтующих фитнес-функций (13) и (14). Вектор оптимизации выбирается, как в уравнении (15), а границы оптимизации выбираются, как в (16). Алгоритм NSGA-II используется для поиска оптимальных параметров.

Для второго подхода минимизация также ограничена использованием двух фитнес-функций (13) и (14).

Для алгоритма NSGA-II размер популяции выбирается равным 100, а число итераций — 200. В конце процесса поиска получаем 100 неоптимальных решений для каждого подхода. На рис. 5 приведены зависимость фитнес-функции F_2 от фитнес-функции F_1 в процессе оптимизации для первого подхода в случае скорости транспортного средства $v = 45$ км/ч. Для первого подхода $w_{CL} = 2,5$ и $\gamma = 3,15$ выбираются с использованием процесса оптимизации, а для второго подхода в качестве удобного решения — $w_{CL} = 7,5$ и $\gamma = 3$.

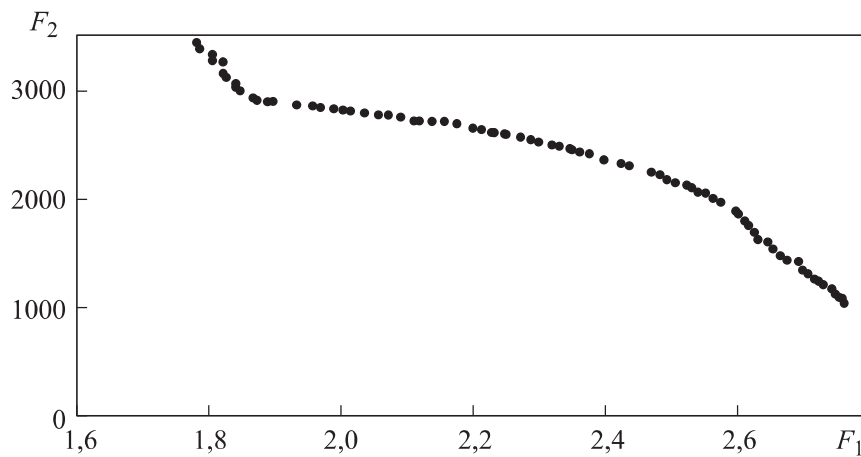


Рис. 5. Взаимозависимость значений фитнес-функций F_1 и F_2

Выходы смещения систем передней и задней подвесок в трех случаях — пассивная система (без управления), первый и второй подходы (при $v = 45$ и 60 км/ч) — приведены на рис. 6, те же переменные при $v = 60$ км/ч приведены на рис. 7.

Ускорения подрессоренной массы системы передней подвески в трех случаях — пассивная система (без усилий управления), первый и второй подходы при $v = 45$ и 60 км/ч — приведены на рис. 8.

Амплитуды управляющего воздействия системы передней подвески в двух случаях — первый и второй подходы при $v = 45$ и 60 км/ч — приведены на рис. 9.

Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод, что первый подход имеет преимущества при управлении смещением, как показано на рис. 6, а, но, с другой стороны, немного хуже при управлении ускорением подрессоренной массы (рис. 8, а).

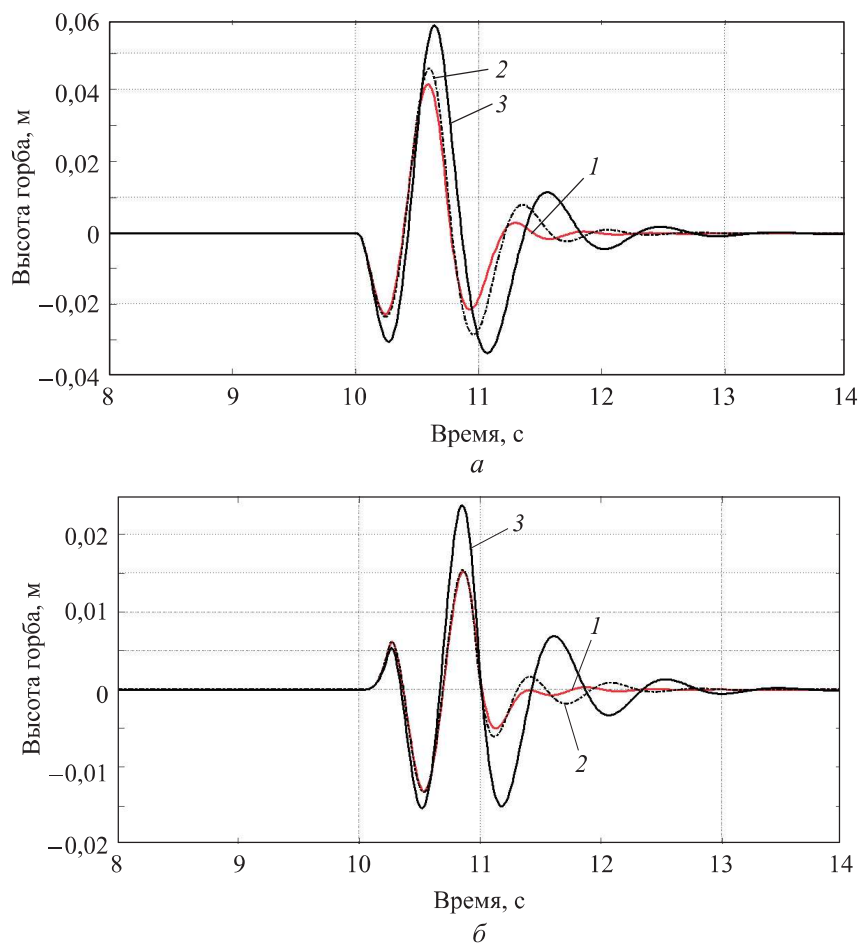


Рис. 6. Смещение переднего (а) и заднего (б) колес при $v = 45$ км/ч (кривые 1, 2 — первый и второй подходы; 3 — пассивная система)

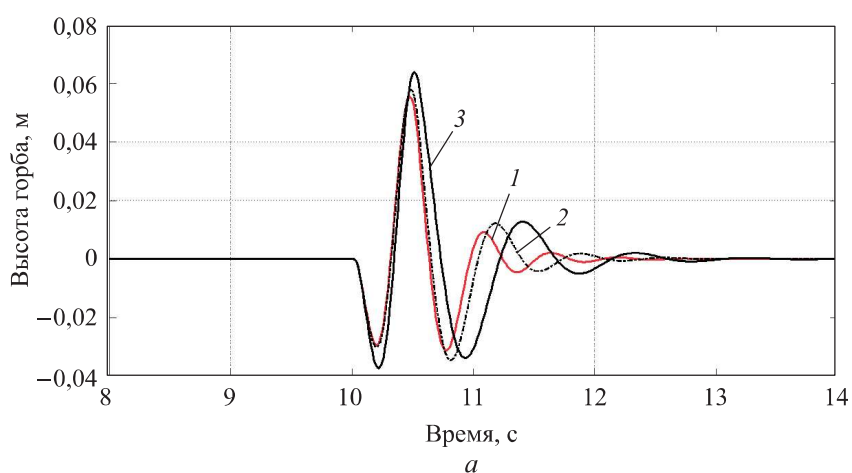


Рис. 7 (начало). Смещение переднего (а) колеса при $v = 60$ км/ч (кривые 1–3 — см. рис. 6)

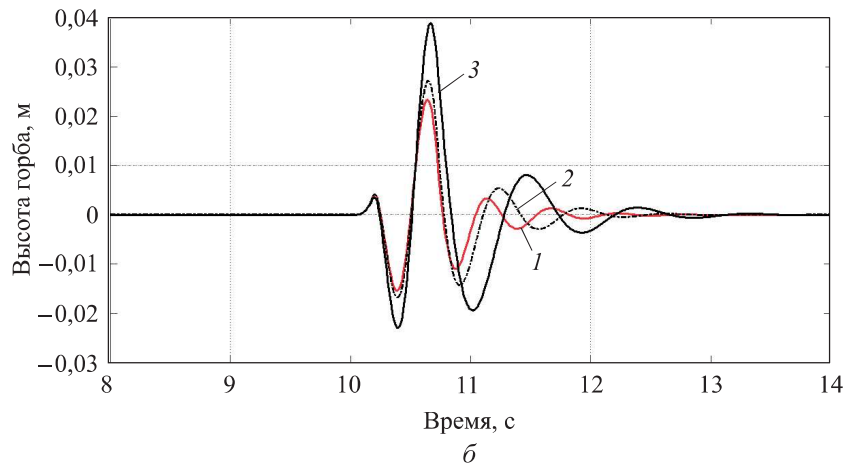


Рис. 7 (окончание). Смещение заднего (б) колеса при $v = 60$ км/ч (кривые 1–3 — см. рис. 6)

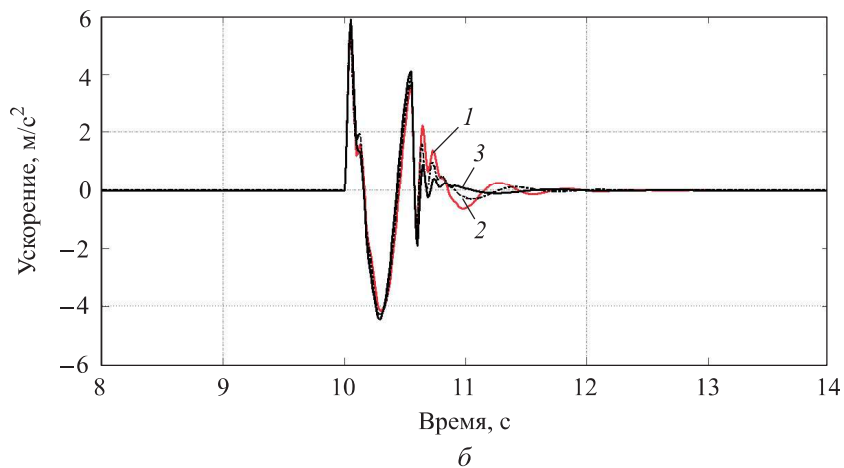
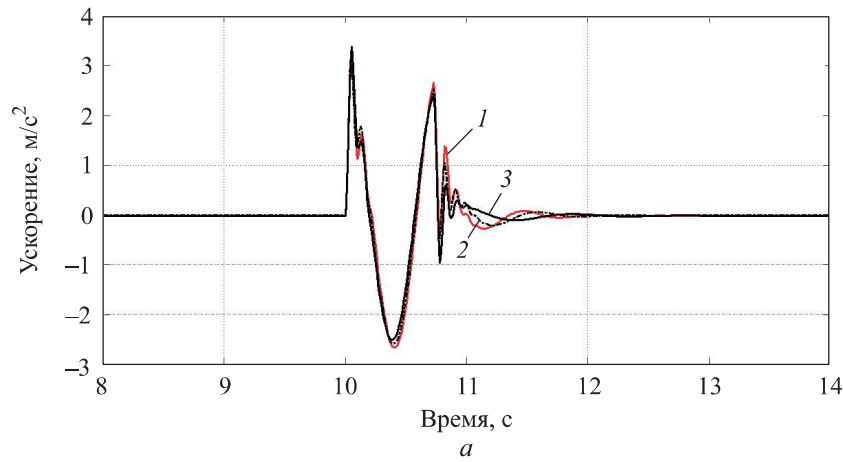


Рис. 8. Ускорение поддресоренной массы переднего колеса при $v = 45$ и 60 км/ч (а, б, кривые 1–3 — см. рис. 6)

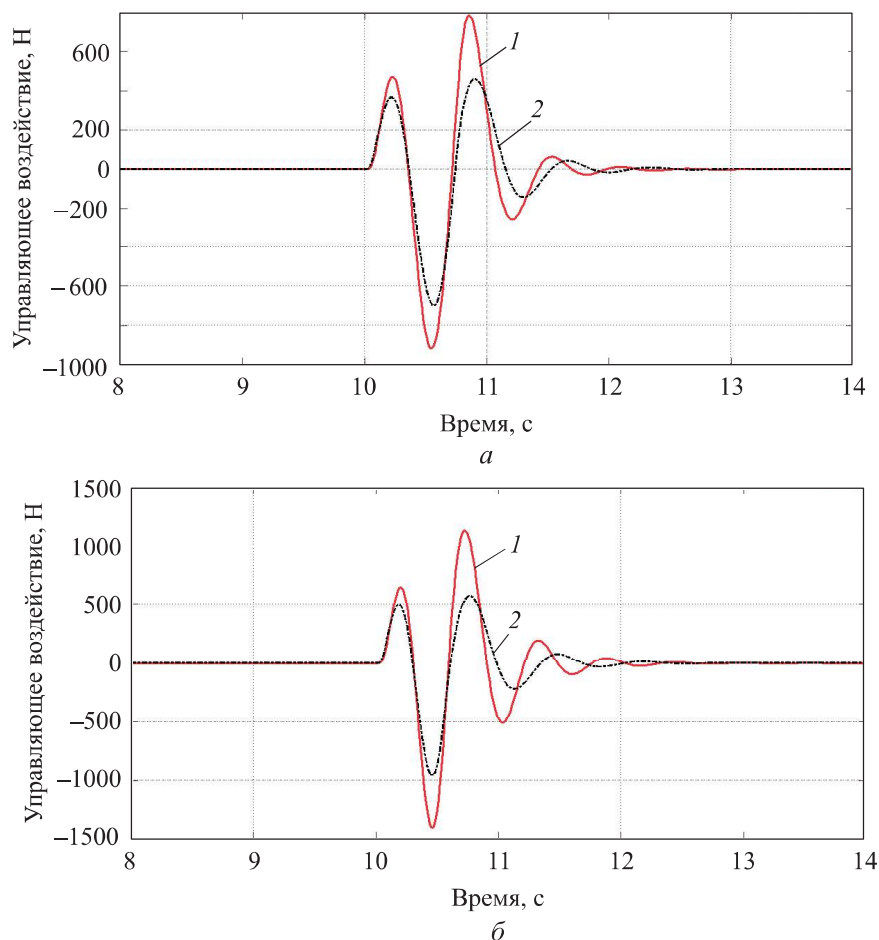


Рис. 9. Сигнал управления передней подвеской при $v = 45$ и 60 км/ч (а, б, кривые 1, 2 — см. рис. 6)

Если принять во внимание противоречие между двумя целями системы управления (хорошая управляемость и хороший комфорт), предпочтительнее первый подход по крайней мере с точки зрения вычислительной сложности. В данном случае можно пренебречь некоторым ухудшением, которое происходит с ускорением по сравнению с улучшением, которое происходит с перемещением. Это связано с тем, что в случае внезапного возмущения предпочтительнее иметь хорошую управляемость, а не хороший комфорт.

Заключение. Рассмотрены два подхода развязки АУПП. Первый подход зависит от включения эффектов связи в общие помехи и разработки линейного контроллера ЛАУПП для каждого канала ввода-вывода. Второй подход зависит от развязки по алгоритму ЛКР-АУПП с использованием заданной степени устойчивости. Процесс оптимизации требуе-

мой частоты среза замкнутого контура и множителя динамической скорости наблюдателя выполняется с использованием алгоритма NSGA-II. Предложенные подходы моделируются для МПМ в случае движения с относительно высокой скоростью на внезапном возмущении типа горб. В результате моделирования выявлено, что при использовании предложенных подходов реакция системы улучшается в отношении смещения подрессоренной массы, небольшое ухудшение наблюдается в отношении ускорения подрессоренной массы. Принимая во внимание сложность расчетов, первый подход предпочтительнее второго.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Chang X., Yongli Li., Weiya Z., et al. Active disturbance rejection control for a fly-wheel energy storage system. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 2015, vol. 62, no. 2, pp. 991–1001. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2014.2336607>
- [2] Darus R., Sam Y.M. Modeling and control active suspension system for a full car model. *IEEE 5th Int. Colloquium on Signal Processing & Its Applications*, 2009, pp. 13–18. DOI: <https://doi.org/10.1109/CSPA.2009.5069178>
- [3] Degertekin S., Lamberti L., Hayalioglu M. Heat transfer search algorithm for sizing optimization of truss structures. *Lat. Am. J. Solids Struct.*, 2017, vol. 14, no. 3, pp. 373–397. DOI: <https://doi.org/10.1590/1679-78253297>
- [4] Gao Z., Tian G. Extended active disturbance rejection controller. Patent US 8180464. Appl. 20.08.2008, publ. 15.05.2012.
- [5] Hasbullah F., Faris W.F. Simulation of disturbance rejection control of half-car active suspension system using active disturbance rejection control with decoupling transformation. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2017, vol. 949, art. 012025. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/949/1/012025>
- [6] Hasbullah F., Faris W.F., Darsivan F.J., et al. Ride comfort performance of a vehicle using active suspension system with active disturbance rejection control. *IJVNV*, 2015, vol. 11, no. 1, pp. 78–101. DOI: <https://doi.org/10.1504/IJVNV.2015.067995>
- [7] Ishak N., Othman R., Ahmad A., et al. An observer design of nonlinear quarter car model for active suspension system by using backstepping controller. *IEEE 5th Int. Colloquium on Signal Processing & Its Applications*, 2009, pp. 160–165. DOI: <https://doi.org/10.1109/CSPA.2009.5069208>
- [8] Li F., Zhang Z., Armaou A., et al. Study on ADRC parameter optimization using CPSO for clamping force control system. *Math. Probl. Eng.*, 2018, vol. 2018, art. 2159274. DOI: <https://doi.org/10.1155/2018/2159274>
- [9] Li P., Lam J., Chun K. Experimental investigation of active disturbance rejection control for vehicle suspension design. *Int. J. Theor. Appl. Mech.*, 2016, no. 1, pp. 89–96.
- [10] Lu Y., Wang H., Tian Y. Active disturbance rejection control for active suspension system of nonlinear full car. *IEEE 7th DDCLS*, 2018, pp. 724–729. DOI: <https://doi.org/10.1109/DDCLS.2018.8516039>

- [11] Nagarkar M., Bhalerao Y., Patil G.V., et al. Multi-objective optimization of nonlinear quarter car suspension system — PID and LQR control. *Procedia Manuf.*, 2018, no. 20, pp. 420–427. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2018.02.061>
- [12] Peng C., Tian Y., Bai Y., et al. ADRC trajectory tracking control based on PSO algorithm for a quad-rotor. *IEEE 8th ICIEA*, 2013, pp. 800–805. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2013.6566476>
- [13] Pepe G., Roveri N., Carcaterra A. Experimenting sensors network for innovative optimal control of car suspensions. *Sensors*, 2019, vol. 19, no. 14, art. 3062. DOI: <https://doi.org/10.3390/s19143062>
- [14] Helem S.S.C. Multi-objective optimization and multicriteria design of PI/PID controllers. Barcelona, Universitat Autònoma de Barcelona, 2016.
- [15] Savsani V., Patel V., Gadhvi B., et al. Pareto optimization of a half car passive suspension model using a novel multi-objective heat transfer search algorithm. *Model Simul. Mat. Sc. Eng.*, 2017, vol. 2017, art. 2034907. DOI: <https://doi.org/10.1155/2017/2034907>
- [16] Seshadri A. A fast elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. URL: https://web.njit.edu/~horacio/Math451H/download/Seshadri_NSQA-II.pdf (дата обращения: 15.06.2021).
- [17] Sun W., Pan H., Zhang Y., et al. Multi-objective control for uncertain nonlinear active suspension systems. *Mechatronics*, 2014, vol. 24, no. 4, pp. 318–327. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2013.09.009>
- [18] Teppa-Garran P., Garcia G. ADRC tuning employing the LQR approach for decoupling uncertain MIMO systems. *Inf. Technol. Control.*, 2014, vol. 43, no. 2, pp. 157–165. DOI: <https://doi.org/10.5755/j01.itc.43.2.4059>

Алхелу Мухаммед — аспирант кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Гаврилов Александр Игоревич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Алхелу М., Гаврилов А.И. Управление развязкой для модели типа «половина машины»: сравнительный анализ алгоритмов линейного и линейно-квадратичного управления с активным подавлением помех. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2021, № 4 (137), с. 4–26.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-4-4-26>

**DECOUPLING CONTROL FOR THE «HALF CAR» MODEL:
A COMPARATIVE ANALYSIS OF LINEAR
AND LINEAR-QUADRATIC CONTROL ALGORITHMS
WITH ACTIVE DISTURBANCE REJECTION CONTROL**

M. Alhelou
A.I. Gavrilov

muhammed.alhelou@gmail.com
alexgavrilov@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The linear multi-independent and multivariate linear-quadratic approaches to the implementation of active disturbance rejection control are considered. The first approach is based on controlling multidimensional systems whose input number is equal to the output number, using several separate elements of active disturbance rejection control. The second approach is based on the transformation of the control problem into a multidimensional controlled system using a linear quadratic regulator LQR. The parameters of the two proposed control synthesis algorithms are tuned using the desired closed-loop cutoff frequency and the observer's dynamic velocity multiplier. A multi-criteria optimization procedure is performed using the NSGA-II algorithm. The proposed approaches are verified by modelling the car's suspension active control system. The testing was performed considering the vehicle motion at relatively high speeds under the assumption that the perturbed motion occurs only in the vertical direction. As a result of the simulation, it was found that using the proposed approaches, the responses of the quality indicators improved with respect to the displacement of the suspension mass with no significant deterioration in its acceleration. The first approach can be considered effective in controlling multidimensional systems, in addition to the simplicity of design and ease of its parameters adjustment. The second approach gives better results than the first approach, but with higher costs in mathematical calculations

Keywords

ADRC, Half-Car model, NSGA-II, extended states observer, genetic algorithm, multi-objective optimization, comfort problem, handling problem, PD controller, tracking differentiator

Received 04.07.2020

Accepted 28.09.2020

© Author(s), 2021

REFERENCES

- [1] Chang X., Yongli Li., Weiya Z., et al. Active disturbance rejection control for a fly-wheel energy storage system. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 2015, vol. 62, no. 2, pp. 991–1001. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2014.2336607>

- [2] Darus R., Sam Y.M. Modeling and control active suspension system for a full car model. *IEEE 5th Int. Colloquium on Signal Processing & Its Applications*, 2009, pp. 13–18. DOI: <https://doi.org/10.1109/CSPA.2009.5069178>
- [3] Degertekin S., Lamberti L., Hayalioglu M. Heat transfer search algorithm for sizing optimization of truss structures. *Lat. Am. J. Solids Struct.*, 2017, vol. 14, no. 3, pp. 373–397. DOI: <https://doi.org/10.1590/1679-78253297>
- [4] Gao Z., Tian G. Extended active disturbance rejection controller. Patent US 8180464. Appl. 20.08.2008, publ. 15.05.2012.
- [5] Hasbullah F., Faris W.F. Simulation of disturbance rejection control of half-car active suspension system using active disturbance rejection control with decoupling transformation. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2017, vol. 949, art. 012025. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/949/1/012025>
- [6] Hasbullah F., Faris W.F., Darsivan F.J., et al. Ride comfort performance of a vehicle using active suspension system with active disturbance rejection control. *IJVNV*, 2015, vol. 11, no. 1, pp. 78–101. DOI: <https://doi.org/10.1504/IJVNV.2015.067995>
- [7] Ishak N., Othman R., Ahmad A., et al. An observer design of nonlinear quarter car model for active suspension system by using backstepping controller. *IEEE 5th Int. Colloquium on Signal Processing & Its Applications*, 2009, pp. 160–165. DOI: <https://doi.org/10.1109/CSPA.2009.5069208>
- [8] Li F., Zhang Z., Armaou A., et al. Study on ADRC parameter optimization using CPSO for clamping force control system. *Math. Probl. Eng.*, 2018, vol. 2018, art. 2159274. DOI: <https://doi.org/10.1155/2018/2159274>
- [9] Li P., Lam J., Chun K. Experimental investigation of active disturbance rejection control for vehicle suspension design. *Int. J. Theor. Appl. Mech.*, 2016, no. 1, pp. 89–96.
- [10] Lu Y., Wang H., Tian Y. Active disturbance rejection control for active suspension system of nonlinear full car. *IEEE 7th DDCLS*, 2018, pp. 724–729. DOI: <https://doi.org/10.1109/DDCLS.2018.8516039>
- [11] Nagarkar M., Bhalerao Y., Patil G.V., et al. Multi-objective optimization of nonlinear quarter car suspension system — PID and LQR control. *Procedia Manuf.*, 2018, no. 20, pp. 420–427. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2018.02.061>
- [12] Peng C., Tian Y., Bai Y., et al. ADRC trajectory tracking control based on PSO algorithm for a quad-rotor. *IEEE 8th ICIEA*, 2013, pp. 800–805. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2013.6566476>
- [13] Pepe G., Roveri N., Carcaterra A. Experimenting sensors network for innovative optimal control of car suspensions. *Sensors*, 2019, vol. 19, no. 14, art. 3062. DOI: <https://doi.org/10.3390/s19143062>
- [14] Helem S.S.C. Multi-objective optimization and multicriteria design of PI/PID controllers. Barcelona, Universitat Autònoma de Barcelona, 2016.
- [15] Savsani V., Patel V., Gadhvi B., et al. Pareto optimization of a half car passive suspension model using a novel multi-objective heat transfer search algorithm. *Model Simul. Mat. Sc. Eng.*, 2017, vol. 2017, art. 2034907. DOI: <https://doi.org/10.1155/2017/2034907>

- [16] Seshadri A. A fast elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. Available at: https://web.njit.edu/~horacio/Math451H/download/Seshadri_NSQA-II.pdf (accessed: 15.06.2021).
- [17] Sun W., Pan H., Zhang Y., et al. Multi-objective control for uncertain nonlinear active suspension systems. *Mechatronics*, 2014, vol. 24, no. 4, pp. 318–327. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2013.09.009>
- [18] Teppa-Garran P., Garcia G. ADRC tuning employing the LQR approach for decoupling uncertain MIMO systems. *Inf. Technol. Control.*, 2014, vol. 43, no. 2, pp. 157–165. DOI: <https://doi.org/10.5755/j01.itc.43.2.4059>

Alhelou M. — Post-Graduate Student, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Gavrilov A.I. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Alhelou M., Gavrilov A.I. Decoupling control for the “half car” model: a comparative analysis of linear and linear-quadratic control algorithms with active disturbance rejection control. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2021, no. 4 (137), pp. 4–26 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-4-4-26>