

## ОПТИМИЗАЦИЯ СБОРОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИИ СЕТЕЙ ПЕТРИ

А.Н. Сочнев

asochnev@sfu-kras.ru

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Российская Федерация

---

### Аннотация

Приведено описание подхода к решению задачи оптимального планирования производственного процесса. В качестве объекта исследования выбрана дискретная производственная система, представленная операциями механической обработки, сварки и окраски. Сформулирована задача оптимизации сборочного производства, содержащая типичный критерий оптимальности. Определен механизм достижения критерия с использованием имитационной модели на основе сети Петри. Приведены правила создания обратной связи по состоянию сетевой модели и способ управления имитацией сети Петри на основе анализа ее состояний. Для анализа состояний модели применена двоичная функция. Разработанный подход к оптимизации процессов развивает теорию сетей Петри, делает ее более пригодной для моделирования сложных систем с разветвленной структурой и большим числом взаимных связей, что является типичной ситуацией для производственных систем. Используются максимально универсальные подходы теории управления (принцип обратной связи), что позволяет говорить о значительной степени универсальности и тиражируемости подхода. На основании разработанных теоретических положений приведен тестовый пример, характеризующий эффект от их применения. Наличие сборочного производства на большинстве машиностроительных предприятий обуславливает высокую практическую значимость разработанного подхода

### Ключевые слова

*Сеть Петри, оптимизация, сборочное производство, оперативно-календарное планирование, управляемая имитация сети*

Поступила 19.03.2020

Принята 30.06.2020

© Автор(ы), 2021

---

**Введение.** Формулировка задачи оперативно-календарного планирования требует определения критерия оптимальности, который будет заложен в производственный план. Наиболее часто в качестве критерия эффективности используют максимизацию загрузки оборудования, минимизацию времени выпуска заданного объема продукции, суммарных производственных затрат и максимального времени простоя [1–3].

Часто в реальных производственных условиях целесообразно решать задачу календарного планирования с одновременным учетом нескольких критериев, т. е. как многокритериальную. Один из способов многокритериальной постановки задачи — составление компромиссного критерия, для построения которого используют различные выражения, например аддитивную функцию свертки или функцию, обеспечивающую равномерность отклонения каждого критерия от экстремального значения с учетом веса [4, 5].

Во многих практических постановках задач планирования требуется формулировка и использование других более специфических критериев оптимальности. В настоящей работе рассмотрена задача планирования процесса сборочного производства. Целевую функцию предложено определять как функциональную зависимость от числа произведенных деталей, входящих в сборку, и их соотношений. Подобный подход к планированию сборки предположительно должен обеспечить максимальную производительность системы.

Отметим, что сборочное производство является одной из основных стадий производства практически любой машиностроительной продукции, что обуславливает актуальность поставленной задачи и актуальность исследования способов ее решения [6–8].

**Описание производственной системы.** Исследуется участок предприятия, на котором производятся изделия двух типов. Производственный процесс состоит из следующих технологических операций: рубка листового металла, резка, гибка, сварка и окрашивание. Определены параметры технологических операций: длительности выполнения операций и объемы партий. На предпоследней стадии технологического процесса выполняется операция сварки нескольких готовых деталей в одну сборочную единицу. В конструкции определено число деталей каждого типа, требуемых для сварки. Детализированная структура технологических процессов для изделий приведена на рис. 1.

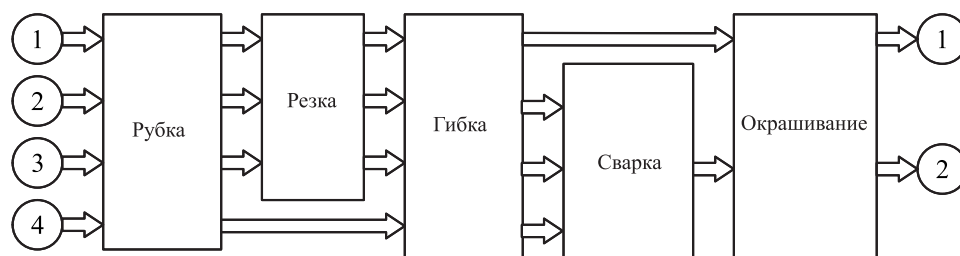


Рис. 1. Структура процессов производственной системы

**Формирование сетевой модели.** Для представления имитационной модели используются временные сети Петри [2, 9–11]. На первой стадии исследования модель описывает структуру процессов производственной системы и не использует каких-либо методов оптимизации. В целом сопоставление рис. 1 и 2 дает основания для интерпретации элементов модели, детальное описание которых приведено в табл. 1.

Таблица 1

**Функциональное назначение элементов модели**

Позиции	
$p1-p4$	Заготовки изделий типа 1–4
$p5-p7$	Детали 1–3 после рубки
$p8-p11$	Детали 1–4 после резки
$p12-p15$	Детали 1–4 после гибки
$p16$	Детали 2–4 после сварки
$p17, p18$	Детали 1–4 после окрашивания
Переходы	
$t1-t4$	Операция рубки деталей 1–4
$t5-t7$	Операция резки деталей 1–3
$t8-t11$	Операция гибки деталей 1–4
$t12$	Сварка деталей 2–4
$t13, t14$	Окрашивания деталей 1–4

**Постановка задачи оптимизации.** На второй стадии исследования системы необходимо определить формальную постановку задачи оптимизации: целевую функцию и ограничения варьируемых параметров.

В итоге от системы управления требуется максимизировать объем выпускаемой продукции. Для приведенной на рис. 2 модели число готовых сборочных единиц отображается маркировкой позиции  $p18$ . Необходимо также оценить значение маркировки позиции  $p16$ , которое определяет число сборок, не прошедших последнюю операцию окрашивания.

Введем обозначения:  $x_1-x_5$  — маркировки позиций  $p12$ ,  $p13$ ,  $p14$ ,  $p16$  и  $p18$  соответственно. Формально целевую функцию можно определить следующим образом:

$$Q(x) = x_4 + x_5 \rightarrow \max; \quad (1)$$

$$x \in X$$

$$\forall x : x_4 \in N, x_5 \in N, N = \{0, 1, 2, \dots\}.$$

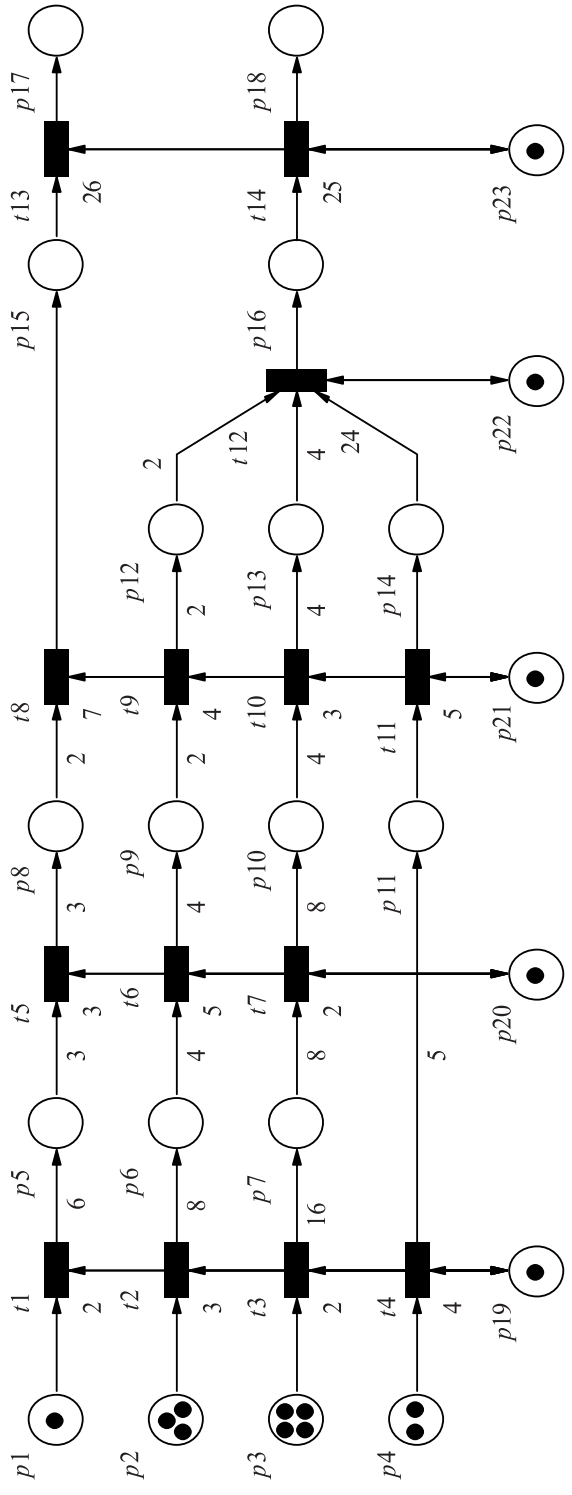


Рис. 2. Сетевая модель процессов в производственной системе

Анализируя структуру сборочного производства, несложно сделать вывод о том, что максимальное число сборочных единиц на выходе можно получить, обеспечивая на каждом интервале управления требуемое число деталей для сборки (сварки) в заданном конструкцией соотношении. Для рассматриваемой задачи определена структура сборки, выполняемой сваркой трех деталей. Для одной операции сварки необходимо 2 шт. детали 2, 4 шт. детали 3 и 1 шт. детали 4.

В модельном представлении это условие трансформируется в требование к минимальным значениям маркировок позиций  $p12$ ,  $p13$ ,  $p14$ , а также к их соотношению. В соответствии с этим представлением можно сформировать целевую функцию, учитывающую соотношение деталей:

$$\tilde{Q}(x) = \left( \frac{x_1}{x_3} - 4 \right)^2 + \left( \frac{x_2}{x_3} - 4 \right)^2 \rightarrow \min; \quad (2)$$

$$\forall x : x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 1, x_1 \in N, x_2 \in N, x_3 \in N, N = \{0, 1, 2, \dots\}.$$

Из сопоставления функций (1) и (2) следует, что значение функции  $Q(x)$  зависит от значения функции  $\tilde{Q}(x)$ . Формально, можно говорить о сложной функции  $Q(x) = f(\tilde{Q}(x))$ . Таким образом для решения задачи необходима оптимизация по критерию  $\tilde{Q}(x)$ , а оценка качества процессов будет определяться по критерию  $Q(x)$ .

**Выбор метода решения оптимизационной задачи.** Основная научно-практическая проблема, возникающая при решении задачи оптимального планирования производства, состоит в выборе метода оптимизации. В теории сетей Петри в качестве основного метода оптимизации принято использовать приоритетные правила [10, 11]. Анализ постановки задачи позволяет сделать вывод, что обычные статичные правила приоритета здесь не позволяют найти решение. Необходимо формирование в структуре модели системы определения приоритетов в динамическом режиме в процессе имитации.

Основное уравнение динамики сети Петри имеет вид

$$x[k + 1] = x[k] + B \cdot u[k], \quad (3)$$

где  $x$  — вектор маркировки сети;  $B$  — матрица инциденций сети;  $u$  — вектор срабатываний.

Структурная схема системы, соответствующая уравнению (3), приведена на рис. 3.

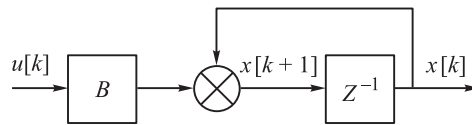


Рис. 3. Структура имитационной модели

Определение приоритетов может выполняться только на основе анализа текущего состояния (маркировки). Основным механизмом учета текущего состояния является организация обратной связи по состоянию [12, 13]. На рис. 4 показана структура модели с обратной связью, а на рис. 5 — сетевая модель для рассматриваемого примера.

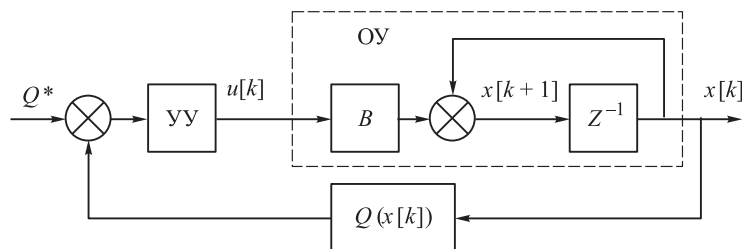


Рис. 4. Структура модели системы управления с обратной связью

Таким образом, основная решаемая задача состоит в формировании модели устройства управления (УУ), способного влиять на сетевую модель объекта управления (ОУ) требуемым образом, минимизируя отклонение  $\Delta Q = Q(x) - Q(x^*)$ . Структура управляющего устройства должна включать в себя некоторую нелинейную функцию  $F(\Delta Q)$ . Рассмотрим вариант реализации этой функции наиболее простым и очевидным путем — на основе логических выражений.

Определение функциональной зависимости выполняется с построением таблицы истинности логической (двоичной) функции (табл. 2).

Таблица 2

Таблица истинности функции

Вектор состояний (сети)			Вектор управления (сетью)		
$x_1 : (x_1 < 2)$	$x_2 : (x_2 < 4)$	$x_3 : (x_3 < 1)$	$u_1$	$u_2$	$u_3$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

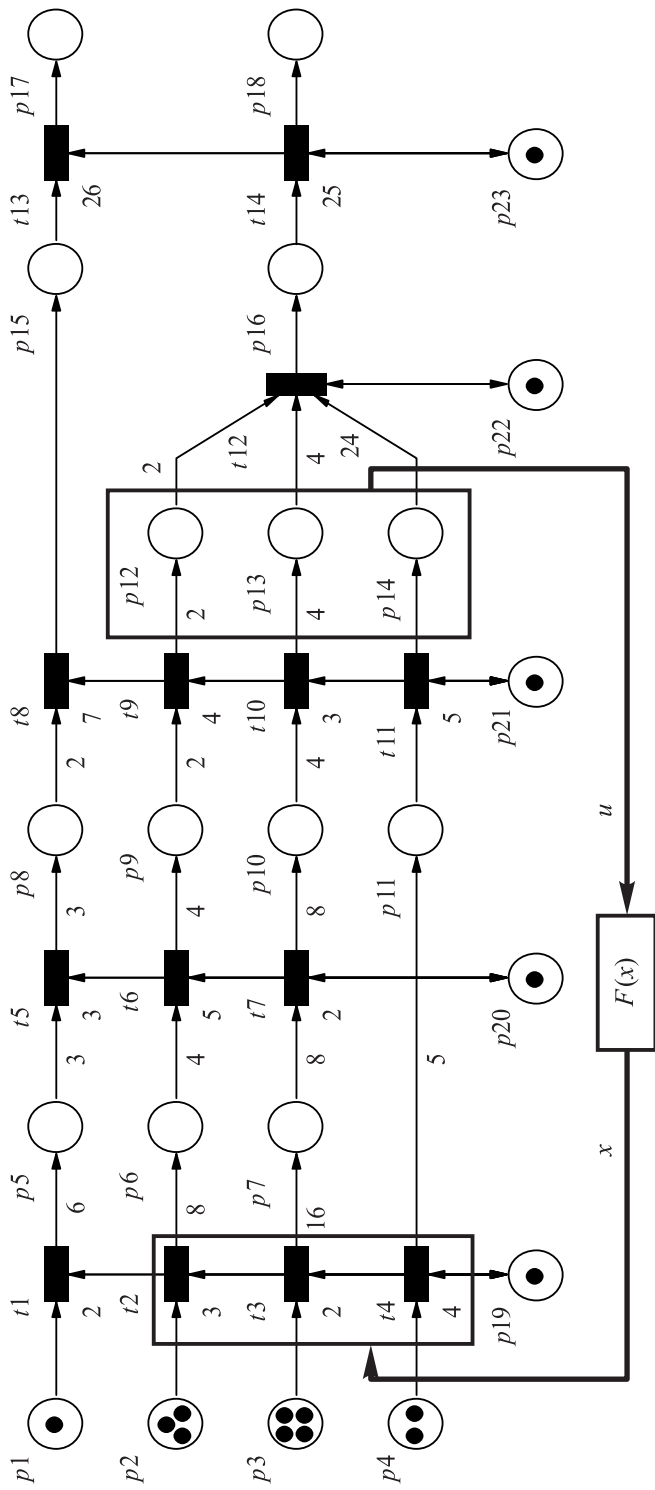


Рис. 5. Структура сетевой модели с обратной связью

По данным табл. 2 можно сформировать совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ) двоичных функций для определения компонент вектора управления  $u$ :

$$u_1 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3;$$

$$u_2 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3;$$

$$u_3 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3.$$

Применив известные методы упрощения функций, получим:

$$u_1 = \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3;$$

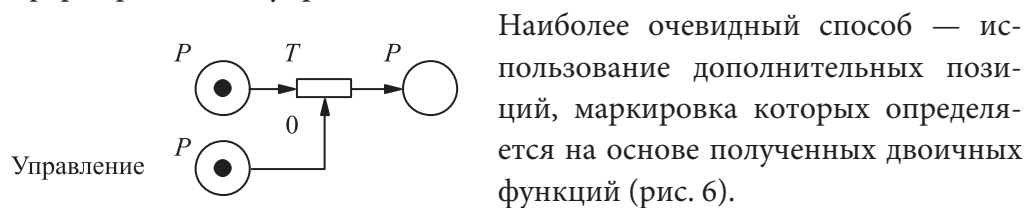
$$u_2 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3;$$

$$u_3 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 + x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3.$$

Алгоритм работы управляющего устройства при использовании логической функции предполагается самым простым:

- 1) проверка граничных условий для маркировки выбранных позиций;
- 2) формирование управляющего воздействия на выбранные переходы.

Следующим важным вопросом является выбор способа доведения сформированного управляющего воздействия до сетевой модели [2, 14].



Наиболее очевидный способ — использование дополнительных позиций, маркировка которых определяется на основе полученных двоичных функций (рис. 6).

В данном случае управление переходами осуществляется изменением значений вектора управления  $u$  (рис. 7). Некоторые аналогии с примененными решениями можно найти в оптимизационно-имитационном подходе, основная идея которого состоит в совмещении оптимизационных и имитационных процедур [15].

**Результаты имитационных экспериментов и их анализ.** Эффективность предлагаемого подхода оценивается на основе серии имитационных экспериментов, по результатам которых оценивается конечная маркировка. Поскольку конечной целью рассматриваемого производства является выпуск готовой продукции, то требуется определение маркировки позиций  $p18$  (число готовых сборочных единиц) и  $p16$  (число готовых сборочных единиц до операции окрашивания). Кроме того, оцениваются значения маркировок позиций  $p12, p13, p14$ .



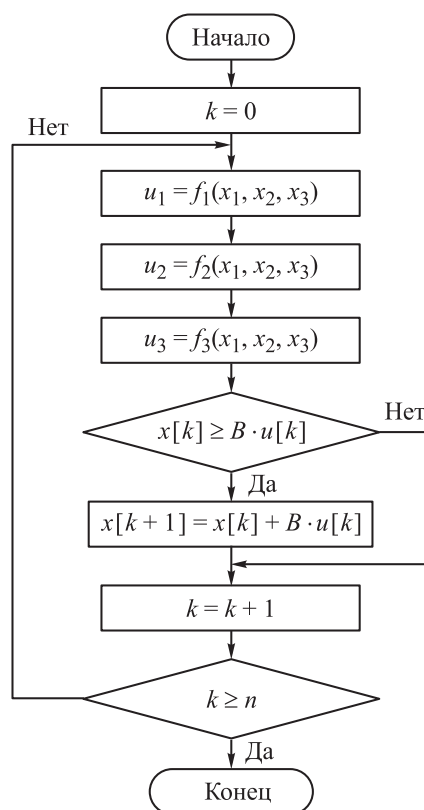


Рис. 7. Блок-схема алгоритма управления имитацией сети Петри с обратной связью

На рис. 8 приведены маркировки сетевой модели, определенные на промежуточных шагах моделирования. В первых строках содержатся номера позиций, во вторых и третьих строках — маркировки сетей с исходной и обратной связью. Постоянная времени моделирования 1 мин, все временные параметры операций округлены до целых минут.

Формальные результаты анализа моделирования содержат расчет значений целевой функции (1) на определенных тактах моделирования (табл. 3).

Таблица 3

**Количественные характеристики эффективности подхода**

Номер такта	Значение $Q(x)$ , исходный вариант	Значение $Q^*(x)$ , вариант с обратной связью	$\frac{Q^*(x)}{Q(x)}$
120	0	5	–
240	0	12	–
360	4	20	5
480	10	34	3,4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	10	30	40	6	0	0	0	0	0	0	45	0	0	19	0	0	0	0	0
2	10	16	28	17	0	60	120	0	42	36	2	4	0	7	0	5	0	0	...

*a*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	10	30	20	0	0	0	216	0	0	76	60	0	4	39	0	0	0	0	0
2	10	13	0	14	0	84	408	0	30	108	0	2	64	8	0	5	0	7	...

*б*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	10	15	0	0	0	72	360	0	44	200	32	0	100	48	0	0	0	4	0
2	5	0	0	11	21	124	184	5	82	160	7	8	188	1	5	14	0	16	...

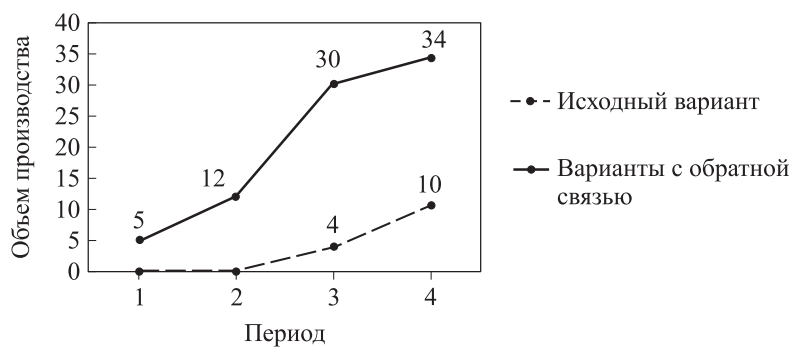
*в*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	3	0	0	0	36	160	152	0	98	284	1	0	240	51	0	0	0	10	0
2	0	0	0	9	39	88	0	17	118	344	2	0	172	17	2	12	2	22	...

*г*

**Рис. 8.** Результаты имитационного эксперимента; номер шага моделирования: 120 (*a*), 240 (*б*), 360 (*в*) и 480 (*г*)

Полученные результаты подтверждают эффективность описанного ранее подхода к оптимизации сборочного производства (рис. 9).



**Рис. 9.** Значения целевой функции по периодам

**Заключение.** Получены следующие научные результаты, имеющие, по мнению автора, некоторую степень научной новизны.

Обоснована необходимость использования механизма обратной связи в имитационных моделях на основе сетей Петри для решения задач оптимального управления объектами.

Получена формулировка задачи оптимизации для рассмотренного сборочного производства в терминологии сетей Петри. Несмотря на частный характер задачи, ее постановку в целом можно считать в значительной степени универсальной, предполагая, что критерий оптимальности для сборочных производств постоянен.

Приведен пример формирования обратной связи в сетевой модели, интерпретирующей вектор состояния с помощью логической функции.

Проведены исследования и на тестовом примере доказаны работоспособность и эффективность предложенного метода оптимизации.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Макаров И.М., Рахманкулов В.З., Назаретов В.М. и др. Робототехника и гибкие автоматизированные производства. Кн. 3. Управление робототехническими системами и гибкими автоматизированными производствами. М., Высшая школа, 1986.
- [2] Сочнев А.Н. Сетевые модели в системах управления производством. Красноярск, СФедУ, 2013.
- [3] Митрофанов С.П. Научная организация машиностроительного производства. Л., Машиностроение, 1976.
- [4] Габасов Р., Кириллова Ф.М., Альсевич В.В. и др. Методы оптимизации. Минск, Четыре четверти, 2011.
- [5] Белова Т.Н. Модели и методы оптимального планирования в экономике. М., Проспект, 2018.
- [6] Мартынов В.Г., Масыгин В.Б. Применение сетей Петри при моделировании управления технологическими процессами сборочного производства. *Омский научный вестник*, 2014, № 1, с. 134–137.
- [7] Седых И.А., Анিকেев Е.С. Применение раскрашенных временных сетей Петри для моделирования цементного производства. *Вестник ДГТУ*, 2016, № 4, с. 140–144.
- [8] Иванов В.К. Разработка и решение основной задачи управления автоматизированным мелкосерийным машиностроительным производством. Дис. ... д-ра техн. наук. Йошкар-Ола, ПГТУ, 2017.
- [9] Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. М., Мир, 1984.
- [10] Котов В.Е. Сети Петри. М., Наука, 1984.
- [11] Калин О.М., Ямпольский С.Л., Песков Л.В. Моделирование ГПС. Киев, Техника, 1991.
- [12] Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Теория автоматического управления техническими системами. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993.
- [13] Коновалов Б.И., Лебедев Ю.М. Теория автоматического управления. Томск, ТУСУР, 2010.

[14] Basile F., Chiacchio P., Giua A. Optimal Petri net monitor design. In: Synthesis and control of discrete event systems. Boston, Springer, 2002, pp. 141–153.

[15] Акинфиев В.К., Цвиркун А.Д. Управление развитием крупномасштабных систем: оптимизационно-имитационный подход. *Известия Волгоградского государственного технического университета*, 2013, т. 18, № 22, с. 12–20.

**Сочнев Алексей Николаевич** — канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой «Робототехника и техническая кибернетика» Сибирского федерального университета (Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, Свободный пр-т, д. 82, стр. 6).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Сочнев А.Н. Оптимизация сборочного производства на основе имитации сетей Петри. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2021, № 2 (135), с. 133–146. DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-2-133-146>

**OPTIMIZATION OF ASSEMBLY PRODUCTION BASED ON IMITATION OF PETRI NETS**

A.N. Sochnev

asochnev@sfu-kras.ru

Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation

**Abstract**

The paper describes the approach to solving the problem of optimal planning of the production process. A discrete production system represented by the operations of machining, welding and painting was chosen as the object of research. The study states the problem of optimization of assembly production, which contains a typical criterion of optimality. A mechanism for meeting the criterion using a simulation model based on a Petri net is determined. The rules for developing feedback on the state of the network model and a method for controlling the simulation of the Petri net based on the analysis of its states are given. A binary function is used to analyze the states of the model. The developed approach to process optimization develops the theory of Petri nets, makes it more suitable for modeling complex systems with a branched structure and a large number of interconnections, which is a typical situation for production systems. The most universal approaches of control theory, e.g. feedback principle, are used, which implies a significant degree of universality and replicability of the approach. On the basis of the developed theo-

**Keywords**

*Petri net, optimization, assembly production system, operational scheduling, controlled net simulation*

retical provisions, a test example is presented that characterizes the effect of their application. The presence of assembly production at most mechanical-engineering enterprises determines the high practical significance of the developed approach

Received 19.03.2020  
Accepted 30.06.2020  
© Author(s), 2021

---

## REFERENCES

- [1] Makarov I.M., Rakhmankulov V.Z., Nazaretov V.M., et al. Robototekhnika i gibkie avtomatizirovannye proizvodstva. Kn. 3. Upravlenie robototekhnicheskimi sistemami i gibkimi avtomatizirovannymi proizvodstvami [Robotics and flexible automated manufacturing. Vol. 3. Management of flexible automated manufacturing]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986.
- [2] Sochnev A.N. Setevye modeli v sistemakh upravleniya proizvodstvom [Network models in production control systems]. Krasnoyarsk, SFedU Publ., 2013.
- [3] Mitrofanov S.P. Nauchnaya organizatsiya mashinostroitel'nogo proizvodstva [Scientific organization of machine building production]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1976.
- [4] Gabasov R., Kirillova F.M., Al'sevich V.V., et al. Metody optimizatsii [Optimization methods]. Minsk, Chetyre chetverti Publ., 2011.
- [5] Belova T.N. Modeli i metody optimal'nogo planirovaniya v ekonomike [Models and methods of optimum planning in economics]. Moscow, Prospekt Publ., 2018.
- [6] Martynov V.G., Masyagin V.B. Application of Petri network for modeling of process control of assembly production. *Omskiy nauchnyy vestnik* [Omsk Scientific Bulletin], 2014, no. 1, pp. 134–137 (in Russ.).
- [7] Sedykh I.A., Anikeev E.S. Application of colored timed Petri nets for cement production simulation. *Vestnik DGTU* [Vestnik of Don State Technical University], 2016, no. 4, pp. 140–144 (in Russ.).
- [8] Ivanov V.K. Razrabotka i reshenie osnovnoy zadachi upravleniya avtomatizirovannym melkoseriynym mashinostroitel'nym proizvodstvom. Dis. d-ra tekhn. nauk [Development and solution of a problem of control on automated small volume machinery manufacturing. Dr. Sc. (Eng.). Diss.]. Yoshkar-Ola, PGTU Publ., 2017 (in Russ.).
- [9] Peterson J.L. Petri net theory and the modeling of systems. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1981.
- [10] Kotov V.E. Seti Petri [Petri networks]. Moscow, Nauka Publ., 1984.
- [11] Kalin O.M., Yampol'skiy S.L., Peskov L.V. Modelirovanie GPS [Modelling of flexible automated manufacturing systems]. Kiev, Tekhnika Publ., 1991.
- [12] Solodovnikov V.V., Plotnikov V.N., Yakovlev A.V. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya tekhnicheskimi sistemami [Theory of automated control on technical systems]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1993.
- [13] Konovalov B.I., Lebedev Yu.M. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya [Automated control theory]. Tomsk, TUSUR Publ., 2010.

[14] Basile F., Chiacchio P., Giua A. Optimal Petri net monitor design. In: Synthesis and control of discrete event systems. Boston, Springer, 2002, pp. 141–153.

[15] Akinfiyev V.K., Tsvirkun A.D. Management development of large-scale systems: optimization-simulation approach. *Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Izvestia Volgograd State Technical University], 2013, vol. 18, no. 22, pp. 12–20 (in Russ.).

**Sochnev A.N.** — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Head of the Department of Robotics and Technical Cybernetics, Siberian Federal University (Svobodniy prospekt 82, str. 6, Krasnoyarsk, 660041 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Sochnev A.N. Optimization of assembly production based on imitation of Petri nets. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2021, no. 2 (135), pp. 133–146 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2021-2-133-146>