

А. А. И в а н о в

**ПРИМЕНЕНИЕ СИГНАЛОВ  
С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ  
МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ  
В СИСТЕМАХ БЛИЖНЕЙ ЛОКАЦИИ**

*Рассмотрены цифровые сигналы с ортогональным частотным мультиплексированием применительно к системам локации. Исследованы алгоритмы обнаружения и распознавания целей.*

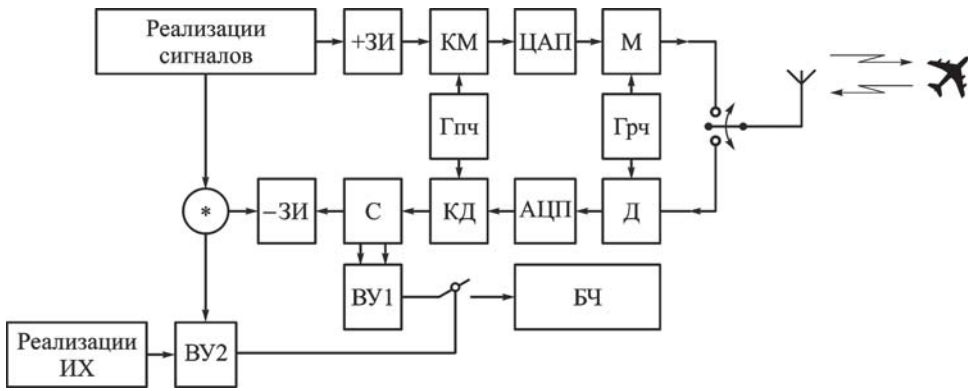
**E-mail: ivanov.MGTU@mail.ru**

**Ключевые слова:** системы ближней локации, ортогональное частотное мультиплексирование, обнаружение, распознавание.

В настоящее время в системах локации все чаще используются сигналы с ортогональным частотным мультиплексированием (OFDM-сигналы). Форма спектра излучаемого сигнала при этом близка к прямоугольной [1, 2]. Обязательными элементами приемного устройства подобной системы являются схема синхронизации и блок определения импульсной характеристики (ИХ) канала распространения сигнала. С помощью схемы синхронизации определяется дальность до цели, для этого используются автокорреляционные свойства сигнала. В момент синхронизации (максимума корреляции) определяется относительная радиальная скорость цели. При совмещении приемника и передатчика известен излучаемый сигнал, поэтому нетрудно определить ИХ канала. Затем с помощью базы данных можно выделить информативные признаки, сравнить их с эталоном. Таким образом, реализуется система “свой–чужой”.

**Функциональная схема системы локации.** Рассмотрим обобщенную функциональную схему системы ближней локации (СБЛ), использующей OFDM-сигнал (рис. 1). Для определения параметров цели введено периодическое повторение полезного излучаемого сигнала — защитный интервал (ЗИ). Момент прихода отраженного сигнала на приемную сторону изначально не известен. При относительном движении приемопередатчика и объекта локации возникает частотное рассогласование излученного и отраженного сигналов, которое обусловлено доплеровским сдвигом. Отраженный сигнал — это результат прохождения излученного сигнала через многолучевой канал распространения, ИХ которого определяется средой распространения и формой объекта локации.

**Структура передаваемого OFDM-сигнала.** Для анализа метода синхронизации необходимо рассмотреть формальное описание передаваемого сигнала. Полезная часть излучаемого сигнала по свойству



**Рис. 1. Функциональная схема СБЛ, использующей OFDM-сигнал:**

+ЗИ – формирователь защитного интервала, –ЗИ – блок удаления защитного интервала, КМ и КД – квадратурные модулятор и демодулятор, ЦАП – цифроаналоговый преобразователь, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, М – модулятор, Д – демодулятор, Гпч – генератор промежуточной частоты, Грч – генератор радиочастоты, С – схема синхронизации, \* – оператор свертки, ВУ – вычислительное устройство, БЧ – боевая часть

дискретного преобразования Фурье (ДПФ) может быть представлена в виде

$$\dot{s}_n(kT) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} \dot{X}(i) e^{j[i\omega_n]kT}, & k = [0, \dots, N-1]; \\ 0, & k \notin [0, \dots, N-1], \end{cases} \quad (1)$$

где  $\dot{X}(i)$  – комплексная амплитуда;  $T_n = NT$  – длительность сигнала без ЗИ;  $T$  – период дискретизации;  $\omega_n = \frac{2\pi}{T_n}$  – расстояние по частоте между гармониками;  $N$  – число отсчетов в ДПФ. До полезной части передается ЗИ длительностью  $T_3$ , который является ее периодическим повторением, тогда  $T_0$  – длительность сигнала после введения ЗИ, при этом  $T_0 = T_n + T_3 = T(N + N_3)$ . Для сигнала целесообразно выполнение условия  $T_n = T_3$ , т.е.  $N = N_3$ , поскольку в локации более важно обнаружение, нежели распознавание. Последовательно излучаются две одинаковые части длиной  $N$ , поэтому сигнал имеет вид

$$\dot{s}(k) = \dot{s}_n(k - N) + \dot{s}_n(k). \quad (2)$$

**Искажения принятого сигнала относительно излученного.** Согласно данным работы [2] с учетом выражения (1) представим принятый сигнал на входе приемника в виде

$$\begin{aligned} \dot{r}(t) &= \dot{d}(t) + \dot{n}(t); \\ \dot{d}(t) &= \left[ \dot{h}(t) * \dot{s}(t - \tau) \right] e^{j\Delta\omega_c t}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\tau$  – задержка излученного сигнала, а  $h(t)$  – ИХ канала распространения

нения. Доплеровский сдвиг сигнала по частоте возникает вследствие относительного движения и равен  $\Delta\omega_c = m\omega_n + d\omega$ , где  $m\omega_n$  — сдвиг частоты на целое число гармоник,  $d\omega$  — сдвиг сигнала по частоте на значение, которое не превосходит  $\omega_n$ . При этом  $\dot{n}(t)$  — аддитивный гауссовый белый шум (БШ). Знак “\*” в формуле (3) означает свертку сигналов. В дискретном представлении сигнал (3) имеет вид

$$\dot{r}(l) = \dot{d}(l) + \dot{n}(l); \quad (4)$$

$$\dot{d}(l) = \left[ \dot{h}(l) * \dot{s}(l-k) \right] e^{j2\pi l \left( \frac{m}{N} + \frac{d\omega}{N\omega_n} \right)} = \left[ \dot{h}(l) * \dot{s}(l-k) \right] e^{j \frac{2\pi l \delta\omega}{N}},$$

где  $\delta\omega = \frac{d\omega}{\omega_n}$ . Поскольку  $\omega_n \gg \omega_d$  для системы локации, где  $\omega_d = 2\pi f_d$ , а  $f_d$  — доплеровская частота, то  $m = 0$  в формуле (4). Тогда из уравнений (2) и (4) получаем

$$\dot{d}(l) = \left[ \dot{h}(l) * \dot{s}_n(l-k-N) + \dot{h}(l) * \dot{s}_n(l-k) \right] e^{j \frac{2\pi l \delta\omega}{N}},$$

где

$$\dot{d}_1(l) = \dot{d}(l) \Big|_{0 \leq l < N} = \left[ \dot{h}(l) * \dot{s}_n(l-k) \right] e^{j \frac{2\pi l \delta\omega}{N}},$$

а также

$$\begin{aligned} \dot{d}_2(l) = \dot{d}(l) \Big|_{N < l < 2N-1} &= \dot{d}(l+N) \Big|_{0 \leq l < N} = \left[ \dot{h}(l) * \dot{s}_n(l-k) \right] e^{j \frac{2\pi l \delta\omega}{N}} e^{j \frac{2\pi N \delta\omega}{N}}; \\ \dot{d}_2(l) &= \dot{d}_1(l) e^{j2\pi \delta\omega}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, реализация принятого сигнала  $\dot{\mathbf{r}}$  состоит из двух частей, а именно  $\dot{\mathbf{r}}_1$  и  $\dot{\mathbf{r}}_2$ , которые являются реакцией ИХ канала на защитную и полезную части вектора  $\dot{\mathbf{s}}$  соответственно, т.е.

$$\dot{\mathbf{r}} = [\dot{r}(0) \ \dot{r}(1) \ \dots \ \dot{r}(N-1) \ \dot{r}(N) \ \dots \ \dot{r}(2N-1)] = [\dot{\mathbf{r}}_1 \ \dot{\mathbf{r}}_2], \quad (6)$$

где  $\dot{\mathbf{r}}_1 = [\dot{r}_1(0) \ \dot{r}_1(1) \ \dots \ \dot{r}_1(N-1)]$ ,  $\dot{r}_1(l) = \dot{d}_1(l) + \dot{n}_1(l)$ ,  $\dot{n}_1(l) = \dot{n}(l)$ , а  $\dot{\mathbf{r}}_2 = [\dot{r}_2(0) \ \dots \ \dot{r}_2(N-1)]$ ,  $\dot{r}_2(l) = \dot{d}_2(l) + \dot{n}_2(l)$ ,  $\dot{n}_2(l) = \dot{n}(l+N)$ .

Стоит отметить, что в соответствии с выражениями (5) и (6) для любого отсчета  $\dot{r}(m)$  выполняется равенство

$$E \{ \dot{r}(m) \dot{r}^*(m+i) \} = \begin{cases} \sigma_c^2 e^{j2\pi \delta\omega}, & i = N; \\ \sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2, & i = 0; \\ 0, & i \notin \{0, N\}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\sigma_c^2$ ,  $\sigma_{\text{ш}}^2$  — мощности сигнала и шума соответственно, а  $E$  — оператор усреднения. Равенство  $E \{ \dot{r}(m) \dot{r}^*(m+i) \} = 0$  при  $i \notin \{0, N\}$  выполняется, поскольку в соответствии с выражением (1) спектр сигнала занимает всю полосу частот от 0 до  $\omega_d$ , т.е. интервал дискретизации  $T$  равен интервалу корреляции по свойству преобразования Фурье. При этом условие  $E \{ \dot{r}(m) \dot{r}^*(m) \} = \sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2$  выполняется для любого отсчета реализации.

**Алгоритм обнаружения.** Для синтеза соотношений, определяющих задержку до цели и доплеровский сдвиг, используем корреляционные свойства сигнала во временной области. Рассмотрим произвольный отрезок реализации принятого сигнала в виде набора дискретных отсчетов, который начинается с номера  $k$ , т.е.

$$\dot{\mathbf{r}} = [\dot{r}(k) \ \dot{r}(k+1) \ \dots \ \dot{r}(k+N-1) \ \dots \ \dot{r}(k+N) \ \dots \ \dot{r}(k+2N-1)]. \quad (8)$$

Запишем совместную плотность распределения вероятностей (ПРВ) отсчетов вектора (3) в соответствии с равенством (4) в случае синхронизации, т.е. когда  $\dot{\mathbf{r}}$  представляет собой один символ, следующим образом:

$$W(\dot{\mathbf{r}}, d\omega, k) = W(\dot{\mathbf{r}} | d\omega, k) W(d\omega) W(k).$$

При этом распределения доплеровского сдвига  $W(d\omega)$  и задержки до цели  $W(k)$  являются априорно неизвестными, их можно опустить:

$$W(\dot{\mathbf{r}}, d\omega, k) = W(\dot{\mathbf{r}} | d\omega, k) = \prod_{i=k}^{k+N-1} W_{\Pi}(\dot{r}(i), \dot{r}^*(i+N)). \quad (9)$$

В этом случае ПРВ  $W(\dot{\mathbf{r}}, d\omega, k)$  состоит из произведений ПРВ попарно коррелированных отсчетов полезной части сигнала и защитного интервала, т.е.  $W_{\Pi}(\dot{r}(i), \dot{r}^*(i+N))$ . Согласно выражению (3) отсчет входного сигнала в момент времени  $t = kT$  обозначим как  $\dot{x} = \dot{x}(k+i) = \dot{r}(k+i)$ , а отсчет входного сигнала, который поступил на  $T_3$  позже — как  $\dot{y} = \dot{y}(k+i) = \dot{r}(k+i+N)$ . Сигнал — комплексный, поэтому ПРВ для  $\dot{x}$  и  $\dot{y}$  в случае нормального распределения шума  $\dot{n}(t)$  в формуле (3) согласно данным работы [3] примет вид:

$$W_{\Pi}[\dot{r}(i), \dot{r}^*(i+N)] = W_{\Pi}(\dot{x}, \dot{y}) = \frac{1}{\pi^2 |C|} \exp \left( - \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}^H C^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \right), \quad (10)$$

где  $C = \begin{bmatrix} E(\dot{x}\dot{x}^*) & E(\dot{x}\dot{y}^*) \\ E(\dot{y}\dot{x}^*) & E(\dot{y}\dot{y}^*) \end{bmatrix}$  — ковариационная матрица, при этом

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2 & \rho(\sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2) \\ \rho^*(\sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2) & \sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2 \end{bmatrix} = (\sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2) \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho^* & 1 \end{bmatrix}; \text{ согласно}$$

условию (7)  $\rho = \frac{E[\dot{x}\dot{y}^*]}{\sqrt{E[\dot{x}\dot{x}^*]}\sqrt{E[\dot{y}\dot{y}^*]}} = \frac{\sigma_c^2 e^{j2\pi\delta\omega}}{\sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2}$  — коэффициент корреляции.

После упрощений получаем

$$W_{\Pi}(\dot{x}, \dot{y}) = \frac{1}{\pi^2 (\sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2)^2 (1 - \dot{\rho}\dot{\rho}^*)} \exp \left( - \frac{\dot{x}^* \dot{x} - 2 \operatorname{Re}(\dot{x}^* \dot{\rho} \dot{y}) + \dot{y}^* \dot{y}}{(\sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2) (1 - \dot{\rho}\dot{\rho}^*)} \right). \quad (11)$$

В дальнейшем будем рассматривать случай преобладания сигнала над шумом, т.е.  $\sigma_c^2 \gg \sigma_{\text{ш}}^2$ . Определим функцию правдоподобия (ФП) как логарифм  $W(\dot{\mathbf{r}}, d\omega, k)$ , т.е.

$$L(d\omega, k) = \ln [W(\dot{\mathbf{r}}, d\omega, k)] = \sum_{i=k}^{k+N-1} \ln [W_{\text{п}}(\dot{r}(i), \dot{r}(i+N))], \quad (12)$$

тогда

$$L(d\omega, k) = 2 \left| \dot{R}(k) \right| \cos \left( 2\pi\delta\omega + \arg \left[ \dot{R}(k) \right] \right) - K(k), \quad (13)$$

где  $\dot{R}(k) = \sum_{i=k}^{k+N-1} \dot{x}(i) \dot{y}^*(i)$  — корреляционная сумма на интервале длиной  $N$  (причем  $\dot{R}(k) = \left| \dot{R}(k) \right| e^{j \arg(\dot{R}(k))}$ ) и  $K(k) = \sum_{i=k}^{k+N-1} (|\dot{x}(i)|^2 + |\dot{y}(i)|^2)$  — энергетическая составляющая сигнала на интервале длиной  $N$ .

Условие максимума ФП представляет собой систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(d\omega, k)}{\partial k} &= 0; \\ \frac{\partial L(d\omega, k)}{\partial [d\omega]} &= 0, \end{aligned}$$

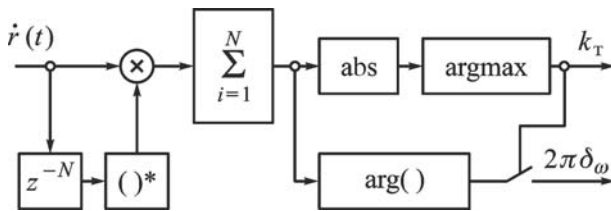
что равносильно выполнению условия

$$\begin{aligned} \delta_\omega &= - \frac{\arg \left( \dot{R}(k_T) \right)}{2\pi}; \\ k_T &= \arg \max_k \left( 2 \left| \dot{R}(k) \right| - K(k) \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Поскольку  $K(k)$  можно считать постоянной и независимой от  $k$  в соответствии с (7), то условие (14) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \delta_\omega &= - \frac{\arg \left[ \dot{R}(k_T) \right]}{2\pi}; \\ k_T &= \arg \max_k \left| \dot{R}(k) \right|. \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, получена максимально правдоподобная оценка сдвига отраженного сигнала по времени и частоте. На рис. 2. приведена функциональная схема, реализующая описанный алгоритм. Из условия (15) получаем радиальную относительную скорость цели и



**Рис. 2. Функциональная схема, реализующая алгоритм определения грубой временной задержки и точного частотного сдвига:**

( ) \* — комплексное сопряжение; abs и arg — вычислители модуля и аргумента комплексной величины; argmax — вычислитель аргумента максимального значения

дальность до цели:

$$V_{\text{цор}} = \frac{\lambda f_{\text{д}}}{2} = \frac{\lambda d\omega}{4\pi} = \frac{\lambda \delta_\omega \omega_{\text{п}}}{4\pi} = -\frac{\lambda}{4\pi NT} \arg \left[ \dot{R}(k_T) \right]; \quad (16)$$

$$R_{\text{ц}} = Tk_T,$$

где  $\lambda$  — длина волны Грч на рис. 1.

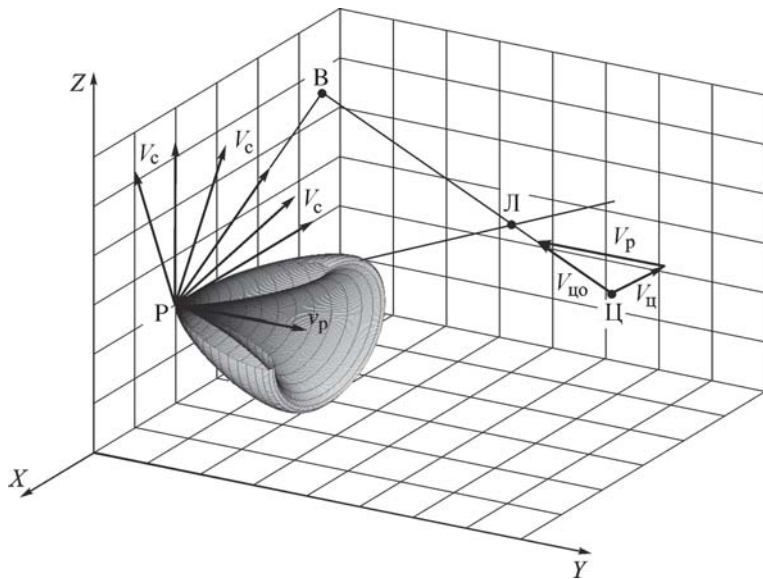
**Метод поражения цели.** Основной задачей СБЛ является определение оптимального момента подрыва БЧ, т.е. выдача команды на подрыв. Поскольку решающее взаимодействие системы с целью происходит на расстоянии, не превышающем несколько километров, скорости ракеты, осколков БЧ и цели можно считать постоянными по модулю и направлению. Таким образом, для поражения цели необходимо и достаточно определить ее скорость по модулю и направлению, а также дальность до цели.

На рис. 3 представлен пример случайных условий встречи ракеты и цели. В абсолютной системе координат скорость ракеты  $V_p$ , а скорость цели  $V_{\text{ц}}$ . Рассмотрим систему координат относительно ракеты, в которой скорость цели  $V_{\text{ц0}}$ , скорость ракеты равна нулю, а осколки вылетают перпендикулярно оси ракеты со скоростью  $V_c$ .

Диаграмма направленности представляет собой конус, ось которого совпадает с осью ракеты. В точке локации происходит обнаружение цели, определение параметров ее движения и формирование задержки на подрыв БЧ. Основной задачей СБЛ является формирование задержки сигнала на подрыв  $t$  таким образом, чтобы осколок и цель встретились в одной точке при минимальных затратах ресурсов БЧ.

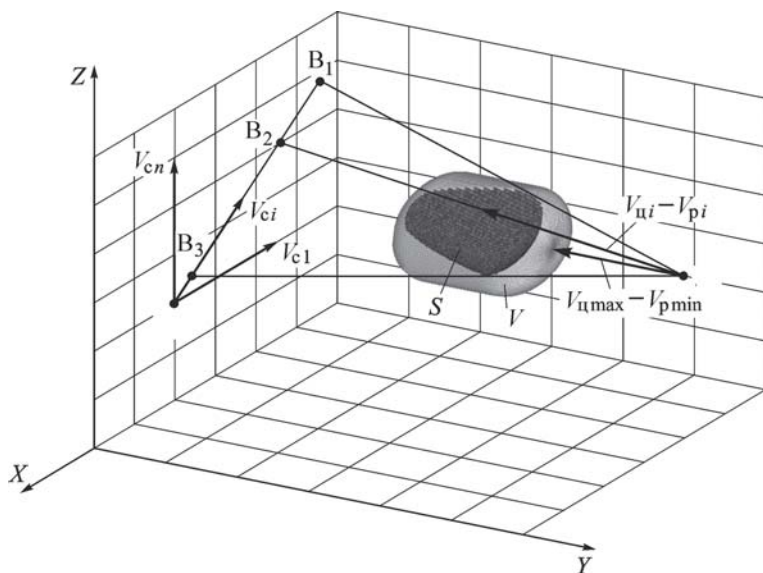
Каждый летательный аппарат имеет верхнее ограничение по скорости. Обозначим диапазон скоростей цели  $0 \dots V_{\text{цmax}}$  и ракеты  $V_{p\text{min}} \dots V_{p\text{max}}$ . Таким образом, годограф относительных скоростей  $V_{\text{ц0}}$  в пространстве представляет собой вытянутый шар  $V$ , как показано на рис. 4.

При этом каждый осколок, движущийся со скоростью  $V_{ci}$ , предназначен для поражения определенного диапазона относительных скоростей, годограф которых образует площадь  $S$ . Для дальнейших расчетов



**Рис. 3. Условия встречи ракеты и цели:**

Л — точка локации цели, Р — ракета, Ц — цель, В — точка встречи осколка с целью



**Рис. 4. Годограф относительных скоростей ( $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$  — возможные точки встречи осколков с целью)**

выберем максимальную из всех возможных площадей, которая образуется при параллельном курсе, поскольку в этом случае наблюдается максимальный разброс априорно неизвестных параметров встречи.

На рис. 5. изображена максимально возможная по площади плоскость  $S$ . Диаграмма направленности расположена под углом  $\alpha$  к оси ракеты. Основная проблема измерения скорости заключается в том, что СБЛ измеряет радиальную относительную скорость  $V_{\text{цор}}$ , а не

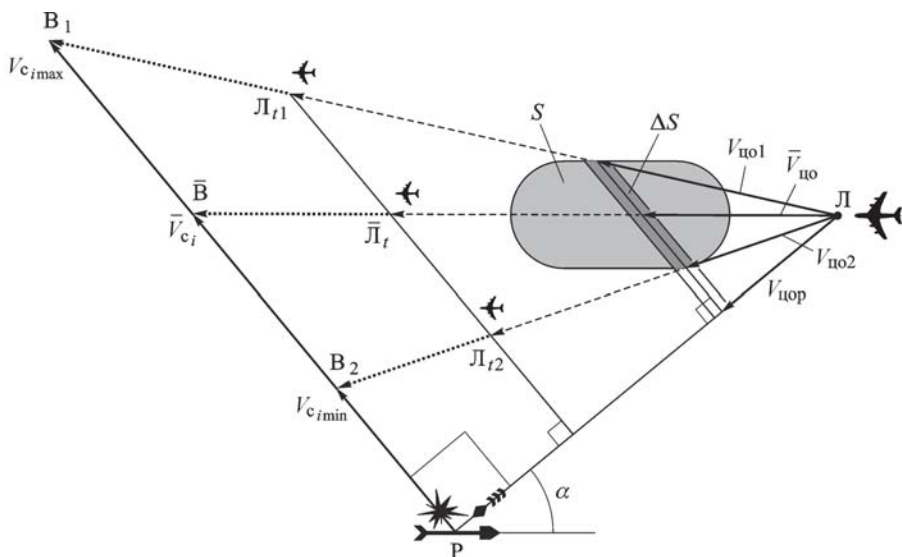


Рис. 5. Голограф относительных скоростей

абсолютную  $V_{цo}$ . При этом голограф относительных скоростей уменьшается до полоски  $\Delta S$ , практически равной отрезку. Предположим, что ракета и цель движутся параллельными курсами, и рассчитаем возможные потери при этом допущении. Рассмотрим три вектора скоростей: предполагаемый  $\bar{V}_{цo}$  и два крайних,  $V_{цo1}$  и  $V_{цo2}$ , принадлежащих голографу  $\Delta S$ . В точке локации Л необходимо определить момент подрыва БЧ таким образом, чтобы конус разлета элементов был минимальным, что обеспечит высокую концентрацию поражающих элементов и тем самым увеличит вероятность поражения. Такое условие выполнимо в случае, когда осколки разлетаются не перпендикулярно оси ракеты, а перпендикулярно направлению локации, как показано на рис. 5. В момент подрыва ожидаемая цель находится в точке  $\bar{L}_t$ , а осколок должен лететь со скоростью  $\bar{V}_{ci}$ . При этом цель может находиться в точках  $L_{t1}$  или  $L_{t2}$ , поэтому для поражения необходимо обеспечить динамику разлета элементов БЧ в диапазоне от  $V_{ci\ min}$  до  $V_{ci\ max}$ , что следует из свойства подобных треугольников на рис. 5. Таким образом, возможно поражение цели при нулевой ширине конуса разлета элементов и использовании одной антенны. Для этого необходимо обеспечить разброс скоростей разлета элементов  $\bar{V}_{ci}$ , что ведет к существенному упрощению конструкции. По рис. 5 определяем задержку на срабатывание

$$t = \frac{\bar{L}_t L}{\bar{V}_{цo}} = \frac{\bar{V}L - \bar{V}\bar{L}_t}{\bar{V}_{цo}},$$



откуда с учетом уравнения (18) получаем

$$t = \frac{R_{ц} \cos \alpha - \bar{V}_{ц0} \frac{\bar{B}P}{\bar{V}_{ci}}}{\bar{V}_{ц0}} = R_{ц} \left( \frac{1}{\bar{V}_{ц0} \cos \alpha} - \frac{\text{tg } \alpha}{\bar{V}_{ci}} \right) = R_{ц} \left( \frac{1}{V_{ц0p}} - \frac{\text{tg } \alpha}{\bar{V}_{ci}} \right)$$

Таким образом, с помощью OFDM-сигнала можно определить оптимальный с точки зрения поражающего эффекта момент подрыва БЧ.

**Влияние помех.** Для защиты от помех необходимо реализовать функцию селекции по дальности. С учетом уравнения (1) получаем энергетический спектр сигнала

$$Y(i) = |\dot{X}(i)|^2 = A = \text{const}. \quad (17)$$

Тогда из уравнения (17) по свойству преобразования Фурье [4] находим автокорреляционную функцию (АКФ) полезной части OFDM-сигнала в виде

$$\dot{R}_{ап}(k) = \frac{A}{N} \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} e^{-j[i\omega_n]kT} = \frac{A}{N} \sum_{i=0}^{N-1} e^{-j[\omega_n]kT};$$

$$\begin{aligned} \dot{R}_{ап} &= \frac{A}{N} \frac{1 - e^{-jN\omega_n kT}}{1 - e^{-j\omega_n kT}} = \\ &= \frac{A}{N} e^{-j\frac{N-1}{2}\omega_n kT} \frac{\sin \frac{N\omega_n kT}{2}}{\sin \frac{\omega_n kT}{2}} = \frac{A}{N} e^{-j\frac{N-1}{2}\omega_n kT} \frac{\sin(\pi k)}{\sin(\pi k/N)}, \\ |\dot{R}_{ап}(k)| &= \frac{A}{N} \left| \frac{\sin(\pi k)}{\sin(\pi k/N)} \right|. \end{aligned} \quad (18)$$

На рис. 6 приведена АКФ  $|\dot{R}_a(k)|$  сигнала. Нули функции находятся в точках  $k \in \mathbb{Z}$ , за исключением  $k \in \{-N, 0, N\}$ , в которых наблюдаются глобальные максимумы. Максимум при  $k = 0$  соответствует энергетическому обнаружителю, а максимум при  $k = N$  – квазиоптимальному обнаружителю (см. рис. 2), при этом интервал корреляции  $\tau_k = T$ . Таким образом, изменяя  $N$  на 1 при каждом цикле сканирования, можно увеличить период функции селекции в несколько десятков раз.

**Распознавание целей.** Рассмотрим принятый сигнал в виде выражения (3). После компенсации задержки и частотного сдвига полезную часть сигнала можно представить как

$$\dot{r}_п(l) = \dot{h}(l) * \dot{s}_п(l) + \dot{n}(l) \quad (19)$$

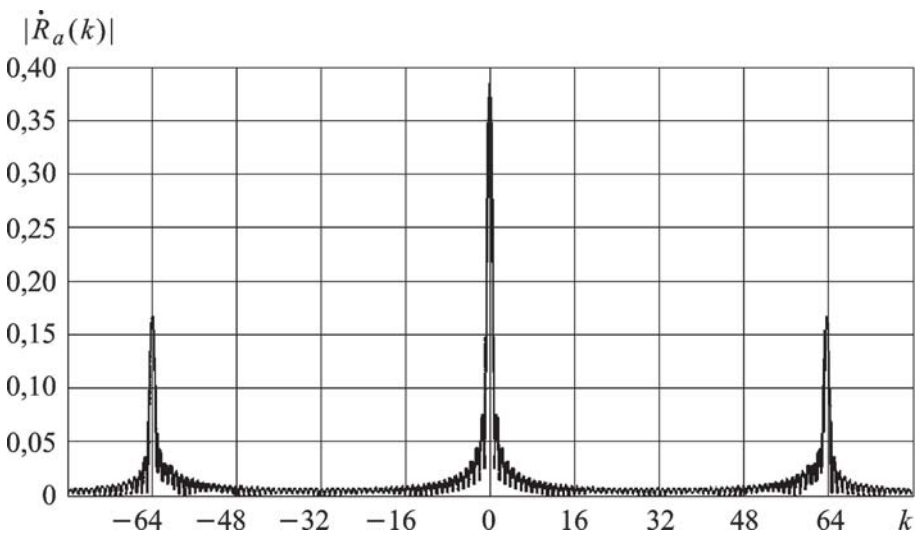


Рис. 6. Автокорреляционная функция символа

и по свойству прямого преобразования Фурье (19) преобразовать к виду

$$\dot{Y}(k) = \dot{H}(k) \dot{X}(k) + \dot{W}(k),$$

где  $\dot{Y}(k) = F(\dot{r}_n(l))$ ,  $\dot{H}(k) = F(\dot{h}(l))$  — частотная характеристика (ЧХ) канала в полосе пропускания системы, а  $\dot{W}(k) = F(\dot{n}(l))$ . Тогда

$$\dot{H}(k) = \dot{Y}(k) \frac{1}{\dot{X}(k)} - \dot{W}(k) \frac{1}{\dot{X}(k)};$$

$$\dot{H}(k) = \dot{Y}(k) \dot{G}(k) + \dot{P}(k),$$

где  $\dot{G}(k) = \frac{1}{\dot{X}(k)}$ , а  $\dot{P}(k) = \dot{W}(k) \frac{1}{\dot{X}(k)}$  — шумовой процесс, который не известен априорно. Таким образом,

$$\dot{r}_n(l) * \dot{g}(l) = \dot{h}(l) + \dot{p}(l) = \text{conv}(l), \quad (20)$$

где  $\dot{p}(l) = F^{-1}(\dot{P}(k))$  — БШ в полосе пропускания системы, а функция  $\dot{g}(l) = F^{-1}(\dot{G}(k))$  заранее известна. Значит, рассчитанный сигнал  $\dot{r}_n(l) * \dot{g}(l)$  представляет собой сумму искомого сигнала  $\dot{h}(l)$  и шума  $\dot{p}(l)$ .

При реализации прямоугольной полосы пропускания в результате свертки (20) получается не истинная ИХ канала  $\dot{h}(l)$ , а лишь ее усредненная оценка — свертка  $\dot{h}(l)$  с функцией вида  $\dot{v}(l) = \frac{A}{N} e^{-j \frac{N-1}{2} \omega_n l T} \times \frac{\sin(\pi l)}{\sin(\pi l/N)}$  в соответствии с выражением (18). Рассмотрим модель объекта локации в виде набора  $z$  “блестящих” точек (БТ), тогда ИХ

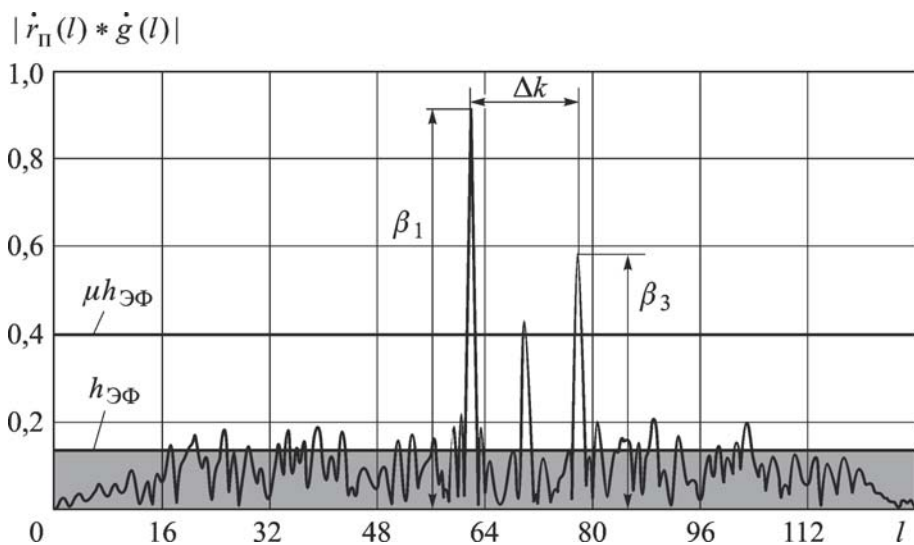


Рис. 7. Зависимости  $|\text{conv}(l)| = |\dot{r}_n(l) * \dot{g}(l)|$

без учета затухания согласно работе [2] можно представить в виде

$$\dot{h}(l) = \sum_{i=1}^z \beta_i e^{-j\theta_i} \delta(l - l_i), \quad (21)$$

где  $\beta_i, \theta_i$  — амплитуда и фаза отраженного дельта-импульса,  $l_i$  — время появления  $i$ -го импульса относительно 1-го (при  $l_1 = 0$ ),  $l_{i+1} > l_i$ . На рис. 7 приведены результаты расчета  $|\text{conv}(l)| = |\dot{r}_n(l) * \dot{g}(l)|$  для случая, когда истинная ИХ вида (21) равна

$$\dot{h}(l) = 1\delta(l) - 0,5\delta(l - 8) + 0,7\delta(l - 16).$$

В этом случае для данного ракурса цель имеет три БТ. Пиковая мощность каждой БТ  $P_n(l_i) = |\dot{h}(l_i)|^2 T$  значительно превышает эф-

фективную мощность  $P_{эф} = \frac{\sum_{l=1}^{2N} |\dot{h}(l)|^2 T}{2N}$  в соответствии с формулой (21), т.е.  $P_n(l_i)/P_{эф} \geq 1$ , что равносильно условию  $|\dot{h}(l_i)|/h_{эф} \geq 1$ , где

$$h_{эф} = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^{2N} |\dot{h}(l)|^2}{2N}} - \text{эффективная амплитуда ИХ.}$$

Таким образом, используя ограничение  $|\dot{h}(l_i)| > \mu h_{эф}$ , где  $\mu$  — коэффициент запаса, можно выделить БТ. В примере  $h_{эф} = 0,135$ , а  $\mu = 3$ , при этом можно выделить три БТ. Определив длительность между первым и последним отраженными импульсами на

рис. 7, можно оценить линейный размер цели для данного ракурса

$$L = \frac{c\tau}{2} = \frac{c\Delta k T}{2} = \frac{c\Delta k}{2f_d}.$$

Для расчета эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) каждой БТ необходимо использовать уравнение радиолокации

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{изл}}} = \frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R_{\text{ц}}^4} \sigma, \quad (22)$$

где  $P_{\text{пр}}$  — мощность отраженного сигнала в цифровом тракте обработки,  $P_{\text{изл}}$  — мощность излученного сигнала в цифровом тракте обработки,  $G$  — коэффициент усиления антенны, а  $\sigma$  — ЭПР цели. Определив дальность до цели  $R_{\text{ц}}$  по формуле (16) и рассчитав мощности сигналов, можно найти ЭПР:

$$\sigma = \frac{(4\pi)^3 R_{\text{ц}}^4 P_{\text{пр}}}{G^2 \lambda^2 P_{\text{изл}}}. \quad (23)$$

Поскольку интервал корреляции  $\tau_k = T$  (по формуле (18)), то мощность сигнала от цели равна сумме мощностей сигналов от каждой

БТ, т.е.  $P_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^z P_{\text{пр}i}$ , поэтому

$$\sigma = \sum_{i=1}^z \sigma_i, \quad (24)$$

где  $\sigma_i$  — ЭПР БТ. Аналогично рассчитаем мощность отраженного сигнала при условиях (17), (19) и (21), тогда

$$P_{\text{пр}} = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \left| \dot{Y}(k) \right|^2 \omega_{\text{п}} = AK_y^2 \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \left| \dot{H}(k) \right|^2 \omega_{\text{п}} + P_{\text{ш}}, \quad (25)$$

где  $K_y$  — коэффициент усиления. В соответствии с равенством Парсеваля [4] при условии преобладания сигнала над шумом  $P_{\text{пр}} \geq P_{\text{ш}}$  получаем

$$P_{\text{пр}} = A\omega_{\text{п}}NK_y^2 \sum_{l=0}^{N-1} \left| \dot{h}(l) \right|^2 = A\omega_{\text{п}}NK_y^2 \sum_{i=1}^z \beta_i^2. \quad (26)$$

Таким образом, мощность отраженного сигнала пропорциональна

$\sum_{i=1}^z \beta_i^2$ . Из выражений (21), (24) и (26) получаем

$$\sigma_i = \sigma \frac{\beta_i^2}{\sum_{k=1}^z \beta_k^2} = \frac{1}{\sum_{k=1}^z \left( \frac{\beta_k}{\beta_i} \right)^2},$$

причем  $\sigma$  определяем по формуле (23), а  $\frac{\beta_k}{\beta_i}$  — по графику на рис. 7.

Априорное знание ИХ объекта локации позволяет реализовать систему распознавания. При этом распознать объект можно только после его обнаружения. Измерив ИХ известного объекта для каждого ракурса  $\dot{h}_{\varphi, \theta}(l)$  ( $\varphi$  — угол места,  $\theta$  — азимут), получаем усредненную ИХ по формуле

$$\dot{h}_y(l) = \sum_{\varphi=-\pi}^{\pi} \sum_{\theta=0}^{\pi} \dot{h}_{\varphi, \theta}(l) W_p(\varphi, \theta), \quad (27)$$

где  $W_p(\varphi, \theta)$  — вероятность ракурса  $(\varphi, \theta)$ . С помощью формулы (20) можно найти смесь  $\dot{h}(l) + \dot{p}(l)$ , где  $\dot{h}(l)$  — ИХ некоторого объекта, а  $\dot{p}(l)$  — БШ неизвестной мощности. В связи с этим возникает вопрос: относится ли  $\dot{h}(l)$  к усредненной ИХ  $\dot{h}_y(l)$ , т.е. “свой” объект или “чужой”? С учетом формул (20) и (25) в случае локации “своего” объекта справедливо равенство

$$\text{co} \dot{h}_y(l) = K_y \dot{h}_y(l) + \dot{p}(l), \quad (28)$$

где  $K_y$  — неизвестный заранее коэффициент, а в случае локации “чужого” объекта

$$\text{co} \dot{h}_y(l) = \dot{u}(l), \quad (29)$$

где  $\dot{u}(l)$  — БШ, который является сигналом, отраженным от неизвестного объекта. При этом  $\sigma_1^2$  — неизвестная мощность шума  $\dot{p}(l)$ ,  $\sigma_2^2$  — неизвестная мощность шума  $\dot{u}(l)$ . Таким образом, ПРВ свертки  $\dot{r}_n(l) * \dot{g}(l)$  для “своего” объекта согласно данным работы [3] имеет вид

$$W(\text{co} \dot{h}_y | K_y, \sigma_1^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma_1^2)^{N_{\text{ИХ}}}} \exp \left( - \frac{[\text{co} \dot{h}_y - K_y \dot{h}_y] [\text{co} \dot{h}_y - K_y \dot{h}_y]^H}{2\sigma_1^2} \right), \quad (30)$$

а для “чужого” объекта —

$$W(\text{co} \dot{h}_y | \sigma_2^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma_2^2)^{N_{\text{ИХ}}}} \exp \left( - \frac{\text{co} \dot{h}_y \cdot \text{co} \dot{h}_y^H}{2\sigma_2^2} \right), \quad (31)$$

где  $N_{\text{ИХ}}$  — длительность ИХ. Максимально правдоподобная оценка  $K_y$  может быть найдена из выражения (30):

$$\frac{\partial \ln W(\text{co} \dot{h}_y | K_y, \sigma_1^2)}{\partial K_y} = 0 \Rightarrow K_y = \frac{\text{Re}(\dot{h}_y \text{co} \dot{h}_y^H)}{|\dot{h}_y|^2}. \quad (32)$$

Максимально правдоподобная оценка  $\sigma_1^2$  может быть найдена из

выражения (30):

$$\frac{\partial \ln W(\text{coñv} | K_y, \sigma_1^2)}{\partial \sigma_1^2} = 0 \Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{[\text{coñv} - K_y \dot{h}_y] [\text{coñv} - K_y \dot{h}_y]^H}{N_{\text{ИХ}}}. \quad (33)$$

Максимально правдоподобная оценка  $\sigma_2^2$  может быть найдена из выражения (34) по формуле

$$\frac{\partial \ln W(\text{coñv} | \sigma_2^2)}{\partial \sigma_2^2} = 0 \Rightarrow \sigma_2^2 = \frac{\text{coñvcoñv}^H}{N_{\text{ИХ}}}, \quad (34)$$

Для получения границы раздела “свой–чужой” составим отношение правдоподобия, используя формулы (30) и (31), а затем сравним его с порогом  $L$ :

$$L < \ln \frac{W(\text{coñv} | K_y, \sigma_1^2)}{W(\text{coñv} | \sigma_2^2)},$$

$$L < N_{\text{ИХ}} \ln \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} - \frac{[\text{coñv} - K_y \dot{h}_y] [\text{coñv} - K_y \dot{h}_y]^H}{2\sigma_1^2} + \frac{|\text{coñv}|^2}{2\sigma_2^2}. \quad (35)$$

Выражение (35) с учетом уравнений (33) и (34) преобразуется к виду

$$L < N_{\text{ИХ}} \ln \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2},$$

$$L < N_{\text{ИХ}} \ln \frac{\text{coñv}}{\text{coñv}^H} [\text{coñv} - K_y \dot{h}_y] [\text{coñv} - K_y \dot{h}_y]^H,$$

$$\frac{L}{N_{\text{ИХ}}} < \ln \frac{|\text{coñv}|^2 |\dot{h}_y|^2}{\left( |\text{coñv}|^2 |\dot{h}_y|^2 - \text{Re}^2(\dot{h}_y \text{coñv}^H) \right)},$$

$$\left( 1 - e^{-\frac{L}{N_{\text{ИХ}}}} \right) < \frac{\text{Re}^2(\dot{h}_y \text{coñv}^H)}{|\text{coñv}|^2 |\dot{h}_y|^2}. \quad (36)$$

При выполнении условия (36) можно утверждать, что с вероятностью, определяемой порогом  $L$ , свертка  $\dot{r}_n(l) * \dot{g}(l)$  является зашумленной ИХ “своего” объекта. На рис. 8 приведены результаты расчета отношения  $O = \frac{\text{Re}^2(\dot{h}_y \text{coñv}^H)}{|\text{coñv}|^2 |\dot{h}_y|^2}$  и порога  $\Pi = \left( 1 - e^{-\frac{L}{N_{\text{ИХ}}}} \right)$  в случае, когда  $N_{\text{ИХ}} = 16$ , объект локации состоит из трех БТ, а положение ИХ в свертке  $\dot{r}_n(l) * \dot{g}(l)$  не известно.

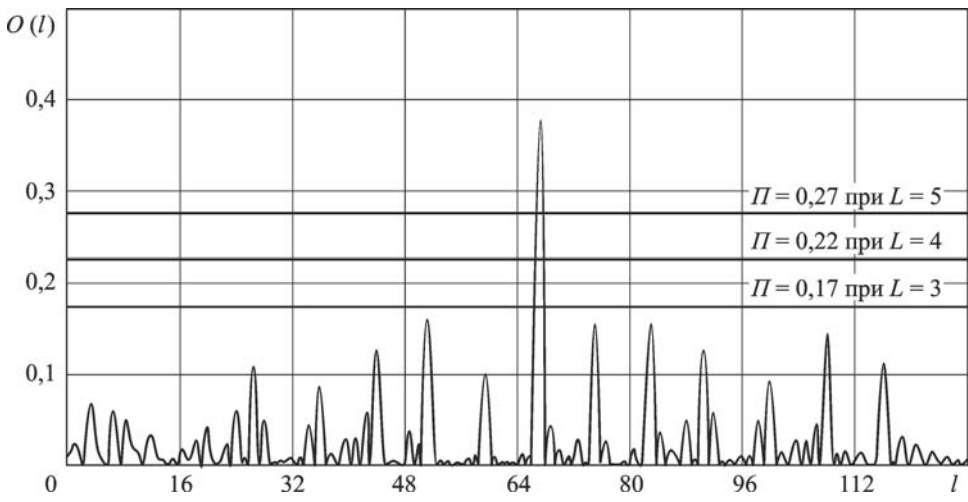


Рис. 8. Расчет отношения  $O = \frac{\text{Re}^2(\dot{h}_y \text{co} \dot{\text{nv}}^H)}{|\text{co} \dot{\text{nv}}|^2 |\dot{h}_y|^2}$  и порога  $\Pi = (1 - e^{-\frac{L}{N_{\text{их}}}})$

В случае обнаружения  $\dot{h}_y(l)$  в свертке  $\dot{r}_\Pi(l) * \dot{g}(l)$  происходит превышение порога, значит, объект “свой”, в противном случае — “чужой”.

Автор благодарит профессора Б.И.Шахтарина и доцента Н.С.Соболеву за ценные советы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Moose P. H. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction // IEEE Trans. Commun. – Vol. 42. – P. 2908–2914, Oct. 1994.
2. Schmidl T. M., Cox D. C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM // IEEE Trans. Commun. – Vol. 45, no. 12. – P. 1613–1621, Dec. 1997.
3. Евсиков Ю. А., Чапурский В. В. Преобразование случайных процессов в радиотехнических устройствах. – М.: Высш. шк., 1977.
4. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.

Статья поступила в редакцию 30.10.2009



Андрей Андреевич Иванов родился в 1985 г. Канд. техн. наук, ассистент кафедры “Автономные информационные и управляющие системы” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор более 20 научных работ в области статистического моделирования нелинейных систем управления, в том числе 2 монографий.

A.A. Ivanov (b. 1985) — Ph. D. (Eng.), assistant professor of “Systems of Near Location” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 publications, including 2 monographs, in the field of statistical simulation of nonlinear control systems.