

Б. И. Шахтарин, Д. А. Фофанов,
В. Д. Морозова

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ИСТОЧНИКОВ СИГНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА ESPRIT

Рассмотрен алгоритм локализации, применяемый к широкополосным источникам сигнала. Сигнал источника смоделирован как выход линейной системы, возбуждаемой белым шумом. Реакция антенной решетки на импульс с определенного направления представлена как импульсная характеристика линейной системы. Алгоритм ESPRIT применен в полюсах этой линейной системы. Алгоритм не требует знания и хранения конфигурации решетки в отличие от широкополосного алгоритма MUSIC. Благодаря этому получен вычислительно эффективный алгоритм, нечувствительный к погрешностям в антенной решетке. Приведены результаты работы алгоритма в сравнении с методами модального сигнального подпространства и когерентного сигнального подпространства.

E-mail: shakhtarin@mail.ru

Ключевые слова: спектральное оценивание, локализация, пеленгация, антенная решетка, цифровая обработка, алгоритмы.

Рассмотрим задачу оценивания направления прихода сигнала при помощи антенной решетки (АР), состоящей из двух идентичных подрешеток, сдвинутых относительно друг друга на определенное расстояние. В остальном решетка может быть произвольной, не требуется даже знания ее диаграммы направленности (ДН) и геометрии.

Стандартный алгоритм ESPRIT может быть применен к узкополосным сигналам, мощность которых сосредоточена в одной узкой полосе. Для такого случая могут быть применены методы спектрального оценивания: максимального правдоподобия Кэпона [1] и максимальной энтропии Бурга [2], однако эти методы не используют предположений о модели сигнала. Метод сигнального подпространства, предложенный Шмидтом [3], был первой техникой спектрального оценивания, использующей модель сигнала, которая расширяла и обобщала метод гармонического разложения Писаренко [4]. Алгоритм Шмидта MUSIC использует метод сигнального подпространства и геометрическую интерпретацию задачи. Он требует полного знания конфигурации АР, ДН ее элементов и геометрии решетки, которая должна быть точно откалибрована, что сложно и требует больших вычислительных затрат. Кроме того, необходимо выполнить вычислительно сложную процедуру поиска для определения псевдоспектра MUSIC.

Появление алгоритма ESPRIT сделало методы сигнального подпространства более привлекательным для реализации. После предположения об определенной структуре решетки удалось решить многие

практические проблемы, характерные для алгоритма MUSIC, такие как вычислительная нагрузка и хранение данных. Не требуется знания конфигурации решетки, а процедура поиска заменена задачей на собственные значения. Полученные оценки оказываются несмещенными в случае ограниченного числа данных. Алгоритм более устойчив к погрешностям в антенной решетке, чем MUSIC. В работе [5] эти вопросы подробно рассмотрены.

Для оценки направления прихода широкополосных сигналов в данный момент времени существует мало методов. Методы спектрального оценивания узкополосных сигналов были адаптированы к широкополосным сигналам в нескольких алгоритмах. Для этого широкополосный сигнал разделяется на несколько узкополосных, к которым и применяются известные методы. При таком способе мощность сигнала используется неэффективно. Альтернативное представление сигнала основано на описании сигнала малого ранга в пространстве большей размерности.

Постановка задачи. Представим, что несколько широкополосных сигналов попадают на АР. Необходимо оценить направления прихода этих сигналов по имеющемуся выходу решетки. Для широкополосных сигналов фаза и амплитуда изменяются со скоростью, сравнимой со временем распространения сигнала по решетке. Предположим, что источники сигналов находятся в дальней зоне, так что падающие волновые фронты являются плоскими. Выход решетки подвержен воздействию аддитивного шума, который предполагается некоррелированным с сигналами. Рациональная модель основана на предположении о том, что сигналы от источников и выход антенной решетки могут быть представлены как выход линейной системы конечной размерности, возмущаемой белым шумом.

Модель данных. Предположим, что имеются две идентичные антенные подрешетки с известным постоянным сдвигом относительно друг друга. Направления прихода измеряются относительно нормали к вектору сдвига. Пусть m — это число элементов каждой подрешетки, тогда общее число элементов равно $2m$; пусть d — это число сигналов, попадающих на решетку. Обозначим реакцию i -го элемента на одиночный импульс с направления θ_j как $a_i(k, \theta_j)$, где k — индекс дискретного времени. Импульсная характеристика имеет рациональное Z -преобразование $a_i(z, \theta_j)$ в предположении, что она является выходом рациональной системы. Это рациональная функция передачи, которая, возможно, включает нули и полюса. Реакции m элементов первой подрешетки образуют вектор

$$\mathbf{a}(z, \theta_j) = [a_1(z, \theta_j), \dots, a_m(z, \theta_j)]^T.$$

Управляющий вектор $\mathbf{a}(z, \theta_j)$ — это вектор в m -мерном рациональном векторном пространстве. Набор управляющих векторов

$\mathbf{a}(z, \theta)$ для всех $\theta \in \Theta$, где Θ — интересующий нас набор параметров, называется обобщенным множеством решетки. Размерность множества решетки определяется как наибольшее целое r , такое что для любого набора из r различных $\theta_j \in \Theta$ ($j = 1, \dots, r$) соответствующие управляющие векторы $\{\mathbf{a}(z, \theta_1), \dots, \mathbf{a}(z, \theta_r)\}$ линейно независимы. Множества двух подрешеток линейно зависимы, что используется для получения оценок направлений прихода сигналов.

Пусть $\mathbf{x}(k)$ и $\mathbf{y}(k)$ — выходы двух подрешеток. Сигналы, принятые i -м элементом двух идентичных подрешеток, выражаются в виде равенств (1)

$$\begin{aligned} x_i(k) &= \sum_{j=1}^d \tilde{a}_i(k, \theta_j) * s_j(k) + n_{xi}(k); \\ y_i(k) &= \sum_{j=1}^d \tilde{a}_i(k, \theta_j) * s_j(k) + n_{yi}(k), \end{aligned} \quad (1)$$

где $*$ обозначает свертку, а $s_j(k)$ — j -й сигнал от источника. Описание распространения j -го сигнала между подрешетками включено в $\tilde{a}_i(k, \theta_j)$. Последовательности аддитивного шума $n_{xi}(k)$ и $n_{yi}(k)$ не коррелированы с сигналами. Выражая предыдущие уравнения в частотной области и записывая их в векторной форме, получаем следующие равенства:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(z) &= \mathbf{A}(z)\mathbf{s}(z) + \mathbf{n}_x(z); \\ \mathbf{y}(z) &= \mathbf{A}(z)\Phi(z)\mathbf{s}(z) + \mathbf{n}_y(z), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(z) &= [\mathbf{a}(z, \theta_1), \dots, \mathbf{a}(z, \theta_d)]; \\ \Phi(z) &= \text{diag}[D(z, t_1), \dots, D(z, t_d)]; \end{aligned}$$

$D(z, t_i)$ — оператор, описывающий задержку распространения сигнала с i -го направления между двумя подрешетками.

Обозначим

$$\mathbf{z}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(z) \\ \mathbf{y}(z) \end{bmatrix},$$

тогда получим

$$\mathbf{z}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(z) \\ \mathbf{A}(z)\Phi(z) \end{bmatrix} \mathbf{s}(z) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_x(z) \\ \mathbf{n}_y(z) \end{bmatrix}.$$

Спектральная плотность мощности на выходе решетки может быть выражена как

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{zz}(z) &= E\{\mathbf{z}(z)\mathbf{z}^T(z^{-1})\} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}(z) \\ \mathbf{A}(z)\Phi(z) \end{bmatrix} \mathbf{P}(z) [\mathbf{A}^T(z^{-1})\Phi^T(z^{-1})\mathbf{A}^T(z^{-1})] + \mathbf{N}_z(z). \end{aligned}$$

Спектральная плотность мощности на выходе решетки имеет полюсы p_i и p_i^{-*} ($i = 1, \dots, M+N$). Модальное разложение спектральной плотности будет иметь вид

$$\mathbf{S}_{zz}(z) = \sum_{i=1}^{M+N} \left(\frac{\mathbf{R}_i}{1 - p_i z^{-1}} + \frac{R_i^*}{1 - p_i^* z} \right) + \mathbf{W}(z),$$

где \mathbf{R}_i — матрица вычетов i -го полюса размером $2m \times 2m$,

$$\mathbf{R}_i = \lim_{z \rightarrow p_i} (1 - p_i z^{-1}) \mathbf{S}_{zz}(z);$$

$\mathbf{W}(z)$ — спектральная плотность слагаемого скользящего среднего, отвечающего за нули системы; звездочка обозначает операцию эрмитового транспонирования.

Каждой строке $\mathbf{P}(z) = E\{\mathbf{s}(z)\mathbf{s}^T(z^{-1})\}$ может быть поставлен в соответствие источник сигнала. Пусть $\mathbf{P}^{1/2}(z)$ — минимально фазовый спектральный множитель матрицы $\mathbf{P}(z)$, который имеет полный ранг. Если j -й источник не содержит i -го полюса, то k -я строка матрицы

$$\lim_{z \rightarrow p_i} (1 - p_i z^{-1}) \mathbf{P}(z) = \lim_{z \rightarrow p_i} (1 - p_i z^{-1}) \mathbf{P}^{1/2}(z) \mathbf{P}^{1/2}(z^{-1})$$

будет нулевой. Пусть $\mathbf{P}_i^{1/2}$ ($i = 1, \dots, M$) — ненулевые строки матрицы $\lim_{z \rightarrow p_i} (1 - p_i z^{-1}) \mathbf{P}^{1/2}(z)$, а \mathbf{J} — матрица селекции размера $d_i \times d$, такая, что

$$\mathbf{P}_i^{1/2} = \mathbf{J}_i \lim_{z \rightarrow p_i} (1 - p_i z^{-1}) \mathbf{P}^{1/2}(z).$$

Можно показать, что

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \\ \mathbf{A}_i \Phi_i \end{bmatrix} \mathbf{P}_i^{1/2} \mathbf{P}^{1/2}(p_i^{-1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T(p_i^{-1}) \Phi(p_i^{-1}) \mathbf{A}^T(p_i^{-1}) \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, M), \quad (3)$$

где $\mathbf{A}_i = \mathbf{A}(p_i) \mathbf{J}_i^T$ и $\Phi_i = \mathbf{J}_i \Phi(p_i) \mathbf{J}_i^T$. Предполагается, что нули и полюсы $\mathbf{P}^{1/2}(z)$ находятся внутри единичной окружности, поэтому $\mathbf{P}^{1/2}(p_i)$ всегда будет иметь ранг d . Также предполагается, что ранг матрицы $[\mathbf{A}^T(p_i^{-1}) \Phi(p_i^{-1}) \mathbf{A}^T(p_i^{-1})]$ всегда больше либо равен d . Тогда из выражения (3) можно увидеть, что пространство столбцов матрицы \mathbf{R}_i образуется матрицей

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \\ \mathbf{A}_i \Phi_i \end{bmatrix} \mathbf{P}_i^{1/2}, \quad (4)$$

где $\mathbf{P}_i^{1/2}$ имеет размер $d \times d$ и полный ранг. Локальная размерность множества решетки предполагается больше, чем d_i ; следовательно, \mathbf{R}_i имеет ранг d_i .

Левые сингулярные векторы $\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} \\ \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix}$ матрицы вычетов в i -м полюсе, соответствующие ненулевым сингулярным значениям образуют модальное сигнальное подпространство. Значит, существует матрица \mathbf{T} полного ранга $d_i \times d_i$, такая что

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} \\ \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \\ \mathbf{A}_i \Phi_i \end{bmatrix} \mathbf{T}.$$

Это приводит к выражению

$$\mathbf{E}_{i2} = \mathbf{E}_{i1} \mathbf{T}^{-1} \Phi_i \mathbf{T}.$$

Таким образом, собственные значения оператора, который трансформирует \mathbf{E}_{i1} в \mathbf{E}_{i2} , соответствуют диагональным элементам $p_i^{t_j}$ матрицы Φ_i . Зная эти собственные числа и соответствующий полюс, можно оценить временные задержки t_j , $j = 1, \dots, d$. Соотношение для определения направления прихода сигнала от источника, имеющего i -й полюс, записывается как

$$\theta_j = \sin^{-1} \left(\frac{ct_j}{\Delta} \right), \quad j = 1, \dots, d - i.$$

Чтобы избежать неоднозначности, потребуем $\Delta \leq c/f_s$, где f_s — частота дискретизации.

Широкополосный алгоритм ESPRIT. Предыдущие разделы позволяют сформулировать широкополосный алгоритм ESPRIT. Выход AP моделируется как выход многомерной линейной системы, возбуждаемой источниками белого шума. Матрица вычетов в полюсе системы образует модальное сигнальное подпространство источников, имеющих такой же полюс. Это подпространство имеет инвариантную структуру, используемую алгоритмом ESPRIT при определении углов прихода сигнала. Основные шаги алгоритма следующие.

1. Оценить ковариационную матрицу выхода AP.
2. Оценить полюсы системы и вычеты в них.
3. Определить размерность сигнального подпространства в полюсах системы и найти векторы, образующие это подпространство.
4. Оценить оператор, который переводит столбцы \mathbf{E}_{i1} в \mathbf{E}_{i2} .
5. На основе собственных значений этого оператора и полюсов системы оценить углы прихода сигнала.

Переопределенная система уравнений Юла–Уокера для оценки полюсов. Существует несколько методов для оценки полюсов p_i и вычетов \mathbf{R}_i многомерной линейной системы. При учете предыдущих допущений модальное разложение спектральной плотности имеет вид

$$\mathbf{S}_{zz}(z) = \sum_{i=1}^{M+N} \left(\frac{\mathbf{R}_i}{1 - p_i z^{-1}} + \frac{\mathbf{R}_i^*}{1 - p_i^* z} \right) + \mathbf{W}(z). \quad (5)$$

Если $C_k = C_{-k}^T = E\{z(l)z^T(l-k)\} - k$ -й ковариационный лаг, то

$$S_{zz}(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k z^{-k}. \quad (6)$$

Приравнивая каузальные части уравнений (5) и (6), получаем

$$\sum_{i=1}^{M+N} \frac{R_i}{1 - p_i z^{-1}} + W^c(z) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k z^{-k},$$

где $W^c(z)$ — каузальная часть $W(z)$. Умножая обе части на

$$d(z) = \prod_{i=1}^{M+N} (1 - p_i z^{-1})$$

и определяя коэффициенты, соответствующие степеням z^{-1} , бóльшим, чем наивысшая степень l_{\max} , встречающаяся в $W^c(z)d(z)$, получаем

$$C_l + C_{l+1}d_1 + \dots + C_{l+M+N}d_{M+N} = 0, \quad l = l_{\max} + 1, \quad l_{\max} + 2, \dots, \quad (7)$$

где

$$d(z) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_{M+N} z^{-(M+N)} = 0. \quad (8)$$

Уравнение (7) может быть решено методом наименьших квадратов при данных оценках ковариационных матриц C_k . Полюсы системы — корни полинома $d(z)$.

Оценка вычетов. Зная полюс системы, вычеты можно оценить следующим образом. Раскрывая полином знаменателя в уравнении (5) по z и z^{-1} и сравнивая коэффициенты при степенях z^{-1} с уравнением (6), можно получить следующее уравнение:

$$R_1 p_1^r + \dots + R_{M+N} p_{M+N}^r = C_r, \quad r = r_{\max} + 1, \quad r_{\max} + 2, \dots, \quad (9)$$

где r_{\max} — наибольшая степень z^{-1} в $W(z)$. По оценкам полюсов системы и ковариационных лагов, можно получить вычеты из решения уравнения (9) методом наименьших квадратов. Качество оценки ухудшается по мере возрастания нулей и полюсов в модели.

Нахождение оператора поворота и углов прихода сигналов. Как только оценки вычетов получены, должны быть оценены векторы, образующие сигнальное подпространство. Размерность d_i сигнального подпространства в полюсе системы p_i должна быть определена. Это является задачей обнаружения, и в данном алгоритме она отделена от задачи оценки параметров.

Разложение по сингулярным числам (SVD) оценки матрицы вычетов \hat{R}_i имеет вид

$$\hat{R}_i = \sum_{j=1}^{2m} \lambda_{ij} e_{ij} v_{ij}^*. \quad (10)$$

Пусть

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} \\ \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix} = [e_{i1} \dots e_{id_i}], \quad (11)$$

где $[e_{i1} \dots e_{id_i}]$ — это левые сингулярные векторы, соответствующие d_i наибольшему сингулярным числам матрицы $\hat{\mathbf{R}}_i$. Аппроксимация ранга d_i матрицы $\hat{\mathbf{R}}_i$ имеет вид

$$\sum_{j=1}^{d_i} \lambda_{ij} e_{ij} \mathbf{v}_{ij}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} \\ \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{i1} & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \lambda_{id_i} \end{pmatrix} [\mathbf{V}_{i1}^* \ \mathbf{V}_{i2}^*], \quad (12)$$

$[e_{i1} \dots e_{id_i}]$ примерно образуют сигнальное подпространство. Необходимо найти набор векторов, ближайший к оцененному подпространству. Если выбрать норму Фробениуса в качестве меры близости, то получается следующая задача минимизации:

$$\min_{\mathbf{A}_i, \Phi_i, \mathbf{T}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} \\ \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \\ \mathbf{A}_i \Phi_i \end{bmatrix} \mathbf{T} \right\|_F. \quad (13)$$

Пусть $\mathbf{B}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{T}$ и $\Psi_i = \mathbf{T}_i^{-1} \Phi_i \mathbf{T}_i$, тогда задачу (13) можно переписать в виде

$$\min_{\mathbf{B}_i, \Psi_i} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} \\ \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ \mathbf{B}_i \Psi_i \end{bmatrix} \right\|_F. \quad (14)$$

Минимизация Ψ_i соответствует оценке методом полных наименьших квадратов (TLS) оператора, который переводит \mathbf{E}_{i1} в \mathbf{E}_{i2} .

Оценка Ψ_i методом полных наименьших квадратов получается при решении следующей задачи минимизации:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{i1} \\ \Psi_{i2} \end{bmatrix}_{\text{TLS}} = \arg \min_{\Psi_{i1}, \Psi_{i2}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} & \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{i1} \\ \Psi_{i2} \end{bmatrix} \right\|_F, \quad (15)$$

где Ψ_{i1} и Ψ_{i2} имеют ранг $d_i \times d_i$. Чтобы избежать тривиального решения, нужно наложить ограничение на задачу (15):

$$\begin{bmatrix} \Psi_{i1}^* & \Psi_{i2}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{i1} \\ \Psi_{i2} \end{bmatrix} = \mathbf{I}. \quad (16)$$

Решение задачи (15) получается благодаря следующему разложению по собственным числам:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1}^* & \mathbf{E}_{i2}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{i1} \\ \mathbf{E}_{i2} \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{2d_i} \lambda_{ij} \mathbf{u}_{ij} \mathbf{u}_{ij}^*, \quad (17)$$

где $\lambda_{i1} \leq \lambda_{i2} \leq \dots \leq \lambda_{i2d_i}$. Собственные векторы, соответствующие минимальным собственным значениям, достигают минимума в задаче

(15) при выполнении равенства

$$\begin{bmatrix} \Psi_{i1} \\ \Psi_{i2} \end{bmatrix}_{\text{TLS}} = [\mathbf{u}_{id_1+1} \dots \mathbf{u}_{id_i}]. \quad (18)$$

Оператор Ψ_i оценивается следующим образом:

$$\hat{\Psi}_i = -\Psi_{i1\text{TLS}} \Psi_{i2\text{TLS}}^{-1}. \quad (19)$$

Собственные числа оператора Ψ_i в полюсе p_i , где оценивается сигнальное подпространство, связаны с направлениями прихода сигнала. Разложение $\hat{\Psi}_i$ по собственным числам дает

$$\hat{\Psi}_i = \hat{T}^{-1} \hat{\Psi}_i \hat{T}, \quad (20)$$

где $\hat{\Psi}_i = \text{diag}[\phi_{i1} \dots \phi_{id_i}]$.

Получим оценки углов в виде

$$\phi_{ik} = p_i^{\gamma_{ik}}, \quad \hat{\theta}_{ik} = \sin^{-1} \frac{c \gamma_{ik}}{\Delta}. \quad (21)$$

Формула (21) приводит к оценке угла $\hat{\theta}_{ik}$, основанной на фазе

$$\gamma_{ik} = \frac{\arg \phi_{ik}}{\arg p_i}, \quad \hat{\theta}_{ik} = \sin^{-1} \left(\frac{c}{\Delta} \frac{\arg \phi_{ik}}{\arg p_i} \right). \quad (22)$$

Оценка направления прихода получается в каждом полюсе сигнала. Если сигналы вещественные, то полюсы оказываются в комплексно-сопряженных парах, оценки в которых одинаковы. Когда сигнал имеет более одной пары полюсов, получается несколько оценок направления прихода, которые необходимо сгруппировать, сформировав взвешенное среднее оценок.

Схема работы алгоритма показана на рис. 1.

Результаты моделирования.

Сравним результаты работы описанного алгоритма и методов модального разложения сигнального подпространства (MDSS) и когерентного сигнального подпространства (CSS). Суть этих методов сводится к разбиению спектра

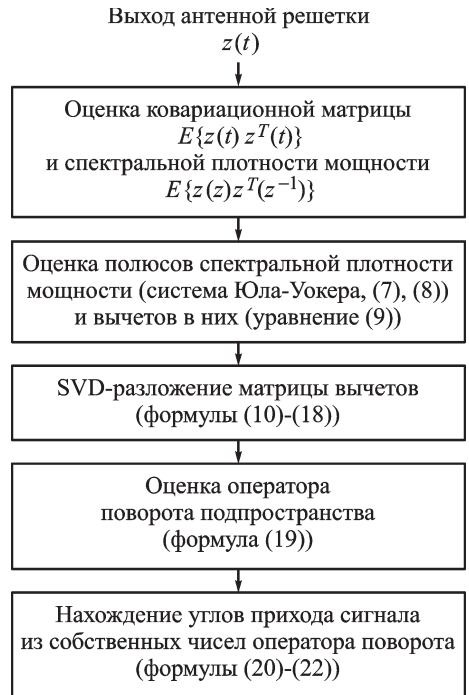


Рис. 1. Схема работы расширенного алгоритма ESPRIT

принимаемого сигнала на частотные полосы, применению в этих полосах для методов узкополосных сигналов и объединению полученных результатов. Эти методы подробно описаны в работах [6, 7]. Использовались однородная линейная решетка из восьми одинаковых элементов и сигналы с различными спектрами. Для того чтобы избежать неоднозначности, расстояние между элементами решетки принимали равным c/f_s (f_s — частота дискретизации). Каждый элемент решетки вносит аддитивный белый шум, не коррелированный между элементами; число источников и число полюсов линейной системы известны. Полюсы и вычеты оценивали способом, описанным ранее, при $r_{\max} = l_{\max} = 0$. В случаях I и II (см. далее) оценки основывались на 8 ковариационных лагах, а в случае III — на 10 (из-за большего порядка модели). Сигнальное подпространство оценивалось с применением SVD-разложения. Алгоритм ESPRIT использует подрешетки из элементов 1–7 и 2–8. Оценки углов получаются согласно выражению (22).

В алгоритме MDSS модальное сигнальное подпространство оценивалось таким же образом, как и в алгоритме ESPRIT широкополосного сигнала. Затем выполнялся поиск максимумов по множеству решетки в точках — оценках полюсов.

В алгоритме CSS данные разбивались на сегменты, каждый из которых раскладывался на J узкополосных составляющих с использованием БПФ. Узкополосные составляющие из сегментов от J_1 до J_2 переносились на центральную частоту. Для случаев I и II $J = 32$, $J_1 = 0$, $J_2 = 16$, а для случая III — $J = 128$, $J_1 = 16$, $J_2 = 48$. Для применения алгоритма необходимо знать первоначальные оценки углов и некоторую информацию о спектре сигналов. Среднее значение истинных углов использовалось в качестве такой первоначальной оценки. Применялись диагональные преобразования, и результат центрировался на средней из двух истинных центральных частотах. Проводился поиск максимумов по множеству решетки на этой частоте.

Поскольку применялась линейная решетка с одинаковыми элементами, то вычислялись также оценки методом Root-MUSIC для алгоритмов MDSS и CSS.

Случай I. Одинаковые спектры сигналов. Два широкополосных источника с одинаковым спектром имеют координаты $18,7^\circ$ и $31,3^\circ$. Сигналы получаются пропусканием двух независимых гауссовых белых шумов через линейную систему с передаточной функцией $1/(1 - pz^{-1})(1 - p^*z^{-1})$, $p = -0,12 + 0,79i$. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ для каждого из сигналов. Алгоритмы запускались 200 раз на независимых данных. Гистограммы оценок для каждого алгоритма показаны на рис. 2. Считалось, что алгоритмы MDSS и CSS давали сбой, когда невозможно было найти два пика в диапазоне

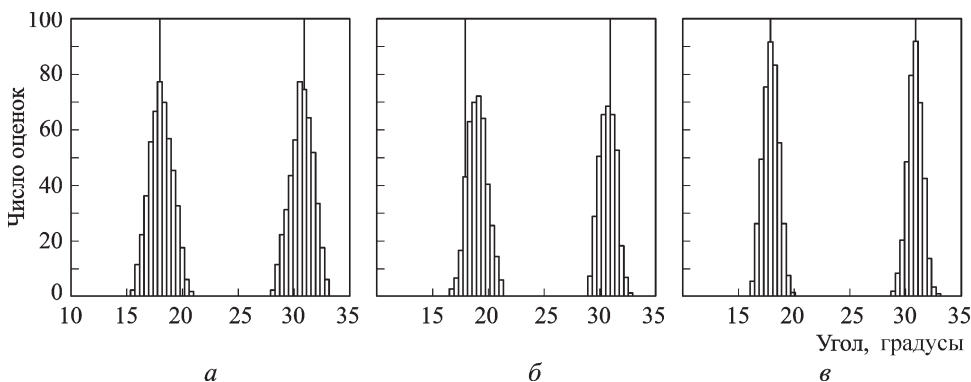


Рис. 2. Случай I. Гистограмма оценок углов алгоритмами ESPRIT (а), MDSS (б) и CSS (в); 512 отсчетов, ОСШ 10 дБ

от 5° до 40° . Дисперсии оценок, смещения (в градусах) и частоты сбоев приведены в табл. 1. При использовании алгоритмов ESPRIT и Root-MUSIC не было зафиксировано сбоев, так как они всегда дают две оценки. Истинное положение источников на рисунках отмечено тонкой вертикальной линией.

В широкополосной оценке ESPRIT смещение для одного из источников составляет порядка 1° , что связано со смещением в оценках полюса и вычета. Если усовершенствовать процедуру оценки полюсов и вычетов, то смещение исчезнет. Как видно из табл. 1, алгоритму MDSS не удастся разрешить два источника практически никогда. Это связано с чувствительностью алгоритма к неточностям в задании множества решетки, которое, в свою очередь, зависит от оценок полюсов, содержащих ошибки. Гистограмма MDSS на рис. 2 показывает результаты, полученные методом Root-MUSIC.

Алгоритм CSS работает хорошо в случае двух одинаковых спектров, так как предположение об идентичности спектров лежит в основе его применения. Разброс оценок наименьший среди результатов всех использованных алгоритмов, смещение также невелико.

Таблица 1

Статистика для случая I

Алгоритм	СКО		Смещение		Сбои
	Источник 1	Источник 2	Источник 1	Источник 2	
Широкополосный ESPRIT	0,461	0,743	0,312	-1,06	-
MDSS	-	-	-	-	99,5 %
Root-MUSIC	0,385	0,582	-1,31	0,015	-
CSS	0,265	0,230	-0,009	-0,237	4 %
Root-MUSIC	0,260	0,222	-0,230	-0,181	-

Случай II. Пересекающиеся спектры сигналов. В этом эксперименте присутствуют два источника с сильно пересекающимися спектрами

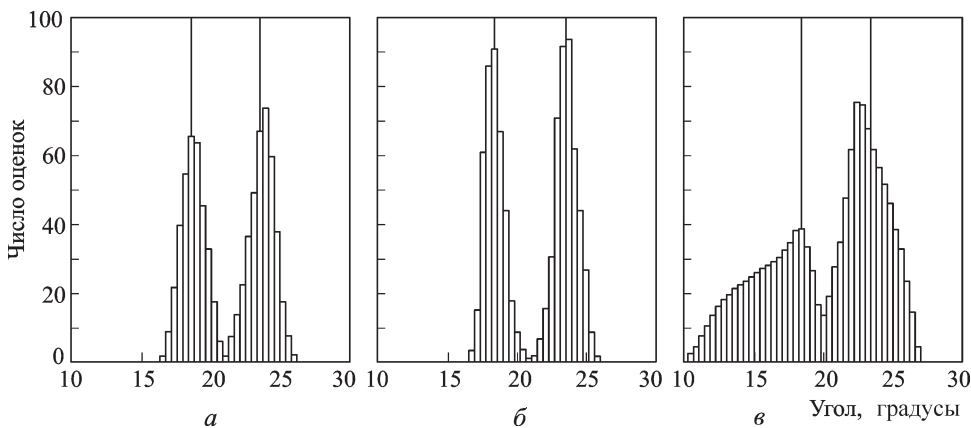


Рис. 3. Случай II. Гистограмма оценок углов алгоритмами ESPRIT (а), MDSS (б) и CSS (в); 512 отсчетов, ОСШ 10 дБ

с координатами $18,7^\circ$ и $23,6^\circ$. Сигналы создаются пропуском гауссового белого шума через линейную систему с передаточной функцией $1/(1 - pz^{-1})(1 - p^*z^{-1})$, $p_1 = -0,12 + 0,79i$, $p_2 = 0,012 + 0,79i$; ОСШ, как и в предыдущем случае, равно 10 дБ. Оцениваются 4 полюса, а размерность модального сигнального подпространства выбирается равной единице. Гистограммы оценок углов для 200 независимых испытаний показаны на рис. 3, а статистика приведена в табл. 2. Считалось, что алгоритм MDSS дает сбой, когда невозможно найти один пик в диапазоне от 5° до 35° (при каждой процедуре поиска получается одна оценка), а алгоритм CSS — когда невозможно найти два пика в диапазоне от 5° до 35° .

Широкополосные алгоритмы ESPRIT и MDSS хорошо разрешают два источника. Максимумы гистограмм практически совпадают с истинным положением. Тем не менее пики на графиках более сглажены по сравнению со случаем I. Качество работы CSS существенно ухудшается, так как спектры двух источников не одинаковы. Частота

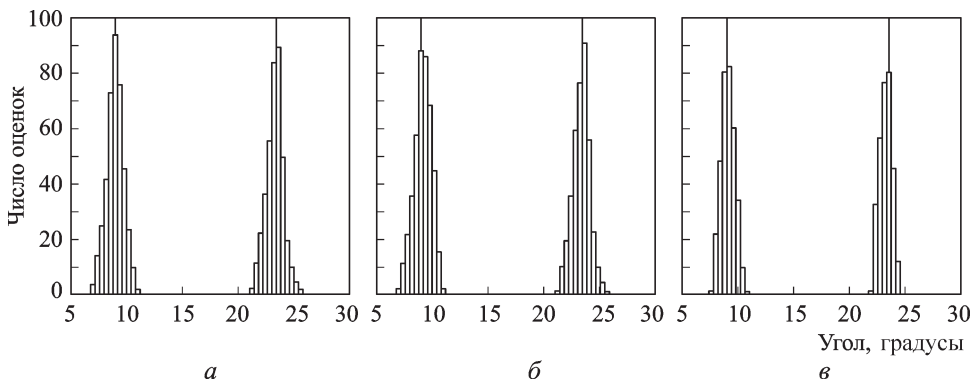


Рис. 4. Случай III. Гистограмма оценок углов алгоритмами ESPRIT (а), MDSS (б) и CSS (в); 1024 отсчета, ОСШ 10 дБ

сбоев слишком высока, чтобы можно было говорить о какой-то оценке направления на источник. Однако оценка методом Root-MUSIC дает удовлетворительные результаты, она приведена на графике для алгоритма CSS. Можно улучшить оценки CSS, учитывая информацию о спектре сигналов в процедурах усреднения ковариационной матрицы и фокусировки на центральную частоту. Это поможет адаптировать алгоритм для работы с неодинаковыми спектрами сигналов.

Таблица 2

Статистика для случая II

Алгоритм	СКО		Смещение		Сбои
	Источник 1	Источник 2	Источник 1	Источник 2	
Широкополосный ESPRIT	0,320	0,446	0,208	0,370	—
MDSS	0,406	0,340	0,361	0,003	3 %
Root-MUSIC	0,334	0,124	-0,038	-0,125	—
CSS	—	—	—	—	97,5 %
Root-MUSIC	6,13	0,880	-1,85	-0,954	—

Случай III. Полосовые сигналы. В этом случае исследовали эффект от некорректного выбора модели. Два некоррелированных источника имеют координаты $9,2^\circ$ и $23,6^\circ$. Оба сигнала имеют одинаковые плоские спектры. Частота дискретизации f_s выбрана так, что спектр сигналов располагается в полосе от $0,125f_s$ до $0,375f_s$; ОСШ равно 10 дБ. Модальные разложения вычисляются с использованием модели из 8 полюсов. В широкополосном ESPRIT и MDSS размерность модального сигнального подпространства равна двум. Оценки, получаемые в разных полюсах, объединяются и усредняются. Гистограммы оценок углов для 200 испытаний показаны на рис. 4, а статистика приведена в табл. 3.

Этот случай плохо изучен при применении методов модального разложения. Сигналы описываются моделями высокого порядка. Поскольку метод модального разложения подходит для систем относительно низкого порядка, то не получается корректных оценок полюсов. Тем не менее разумные результаты, по-прежнему, получаются, так как сигналы приблизительно имеют низкий ранг в этих полюсах.

Благодаря большому числу отсчетов, совпадению спектров сигналов и разнесению по координатам все алгоритмы показывают хорошие результаты работы. Максимумы четко выражены, смещение оценок невелико. Результаты подтверждают возможность использования широкополосного алгоритма ESPRIT для обработки подобных полосовых сигналов.

Статистика для случая III

Алгоритм	СКО		Смещение		Сбои
	Источник 1	Источник 2	Источник 1	Источник 2	
Широкополосный ESPRIT	0,338	0,327	0,098	0,207	—
MDSS	0,261	0,278	0,216	0,241	2 %
Root-MUSIC	0,406	0,479	0,420	0,221	—
CSS	0,144	0,156	0,221	0,176	0 %
Root-MUSIC	0,142	0,054	0,0218	0,174	—

Выводы. Приведен алгоритм оценки направления прихода широкополосных сигналов, использующий инвариантную структуру геометрии решетки, что ведет к процедуре оценивания, не требующей знания, хранения или поиска множества решетки. Алгоритм имеет существенные вычислительные преимущества по сравнению с широкополосными методами MDSS и CSS. Алгоритм ESPRIT имеет во многих случаях лучшее разрешение, чем модальный алгоритм MUSIC. Он также менее чувствителен к ошибкам в оценке полюсов. Методы, основанные на модальном разложении, используют разнесение источников в частотной области для получения более точных оценок.

Качество работы алгоритма зависит от того, насколько адекватно модель описывает реальную ситуацию. При подходе модального разложения сигналы только асимптотически имеют низкий ранг в полюсах системы и только когда предполагается корректная модель. При использовании узкополосной фильтрации сигналы в отдельных частотных полосах также асимптотически имеют только низкий ранг.

Методы, используемые для оценки полюсов и вычетов, очень просты. Широкополосный алгоритм ESPRIT зависит от точности этих оценок. Если улучшить эти оценки, то алгоритм также покажет лучшие результаты. Когда источники расположены далеко от нормали к решетке, время распространения вдоль решетки велико, модель выхода решетки содержит много нулей. Процедуры оценки полюсов и вычетов чувствительны к числу нулей в модели, что следует из выражений (7) и (9). Разработка качественных процедур оценки полюсов и вычетов — это поле для дальнейшего изучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Capon J. High resolution frequency wave number spectrum analysis // Proc. IEEE. 1969. Vol. 57. – P. 1408–1418.
2. Burg J. P. Maximum entropy spectral analysis, Ph.D. thesis, Stanford University, Stanford, CA, May 1975. – 123 p.

3. Schmidt R. O. A signal subspace approach to multiple emitter location and signal parameters estimation. Ph.D. dissertation, Stanford University, Stanford, CA. Nov. 1981. – 201 p.
4. Pisarenko V. F. The retrieval of harmonics from a covariance function // Geophysics J.R. Astron. Soc. 1973. – Vol. 33. – P. 347–366.
5. Roy R. H. ESPRIT. Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques // Ph.D. dissertation, Stanford University, Stanford, CA. Aug. – 1987. – 283 p.
6. Su G., Mory M. The signal subspace approach for multiple wide-band emitter location // IEEE Trans 1983. – Vol. ASSP-31. – P. 1502–1522.
7. Wang H., Kaveh M. Coherent signal subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources // Proc. IEEE Trans 1985. – Vol. ASSP-33. – P. 823–831.

Статья поступила в редакцию 16.06.2009

Борис Ильич Шахтарин родился в 1933 г., окончил в 1958 г. Ленинградскую Военно-воздушную инженерную академию им. А.Ф. Можайского и в 1968 г. ЛГУ. Д-р техн. наук, профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат Государственной премии СССР, заслуженный деятель науки и техники РФ. Автор более 250 научных работ, в том числе 10 книг, в области анализа и синтеза систем обработки сигналов.



B.I. Shakhhtarin (b. 1933) graduated from the Leningrad Air Force Engineering Academy n.a. A. F. Mozhaysky in 1958 and from Leningrad State University in 1968. D. Sc. (Eng.), professor of the Bauman Moscow State Technical University. USSR State Prize winner, RF Honoured Worker of science and technology. Author of more than 250 publications, among them 10 books, in the field of analysis and synthesis of signal processing systems.

Дмитрий Александрович Фофанов родился в 1987 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2009 г. Сотрудник ОАО “НПК НИИДАР”. Специализируется в области цифровой обработки сигналов и изображений, обработки сигналов в антенных решетках, вопросов разработки и внедрения современных цифровых устройств.



D.A. Fofanov (b. 1987) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2009. Worker of JSC “HPK NIIDAR”. Specializes in the field of digital processing of signals and images, signal processing in antenna arrays, aspects of development and putting into operation of contemporary digital devices.

Валентина Дмитриевна Морозова окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 1963 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат премии Совета министров РФ в области науки и техники. Автор 10 научных работ (в том числе двух учебников) в области математических моделей систем синхронизации при различных входных сигналах.



V.D. Morozova graduated from the Moscow State University in 1963. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Applied Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Winner of Prize of the RF Council of Ministers in science and technology. Author of 10 publications (including two text-books) in the field of mathematical models of synchronization systems with various input signals.