УДК 621.396.067.7

М. В. Вязовых, В. Е. Карасик,
В. М. Орлов

АНАЛИЗ АКТИВНЫХ СИСТЕМ ВИДЕНИЯ В РАССЕИВАЮЩИХ СРЕДАХ НА ОСНОВЕ АППАРАТА ФУНКЦИЙ ГРИНА

На основе идентификации поведения всех звеньев системы функциями Грина проанализированы активные изображающие системы, функционирующие в рассеивающих средах. Получены выражения, связывающие пространственно-угловые распределения яркости на входе и выходе каждого звена активной системы видения в виде интегралов свертки, позволяющие определить результирующую модуляционную передаточную функцию всей системы видения и дальность ее действия в рассеивающей среде.

E-mail: maxviaz@rl2.bmstu.ru

Ключевые слова: *система видения, функция Грина, рассеивающая среда, отражатель, световозвращатель, яркость, лазерный пучок.*

При исследовании оптико-электронных изображающих систем, функционирующих в рассеивающих средах, традиционными методами анализа, основанными на использовании скалярной теории дифракции и теории линейных систем, возникают серьезные трудности. Эти трудности возрастают при описании активных изображающих систем, в том числе лазерных систем видения, подсвечивающих наблюдаемые объекты лазерным излучением через слой рассеивающей среды. Как правило, в подобных ситуациях для анализа привлекается теория переноса оптического излучения, в рамках которой исследуется процесс переноса яркостных полей от источника подсвета до объекта и обратно, через слой рассеивающей среды.

Применительно к системам активного видения перенос изображения в рассеивающей среде сопровождается ухудшением его качества, при этом количественная оценка этого эффекта составляет одну из главных задач теории видения.

В настоящей работе с общих позиций теории линейных систем рассматривается подход к анализу активных систем видения, функционирующих в рассеивающих средах, основанный на идентификации поведения основных звеньев системы видения, включая слой рассеивающей среды, функциями Грина. В рамках модели рассеивающей среды, заданной уравнением переноса, функцией Грина является решение этого уравнения для точечного мононаправленного источника единичной мощности, Вт

$$L\left(\vec{r}_{\perp}, \vec{n}_{\perp}\right) = 1 \cdot \delta\left(\vec{r}_{\perp}\right) \delta\left(\vec{n}_{\perp}\right), \tag{1}$$

а сама функция Грина, полученная из решения уравнения переноса излучения, будет иметь размерность нормированной яркости (здесь и далее $\vec{r}_\perp, \vec{n}_\perp$ — проекции векторов $\vec{r}, \vec{n}$ на плоскость $z = \text{const}$, нормальную к оси пучка). При таком подходе для других звеньев системы видения (приемная оптическая система, отражающий объект) необходимо искать также яркостные функции Грина в виде откликов на воздействие излучения точечного мононаправленного источника единичной мощности. В этом случае можно последовательно переходить от входных плоскостей звеньев активной системы видения к выходным. Такой переход математически описывается в виде интеграла суперпозиции

$$L\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вых}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вых}}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right) G\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вых}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вых}}; \vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right) d\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}} d\vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}, \quad (2)$$

где $L\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)$ и $L\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вых}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вых}}\right)$ — входное и выходное пространственно-угловое распределение яркости; $G\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вых}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вых}}; \vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)$ — функция Грина данного звена системы.

Если условия работы лазерной системы видения позволяют представить интеграл суперпозиции (2) в виде интеграла свертки (функция Грина зависит только от разности пространственных и/или угловых координат), то в этом случае легко осуществим переход в пространственно-частотную область с последующим нахождением передаточной функции всей активной изображающей системы. Рассмотрим преобразование поля яркости излучения слоем рассеивающей среды в рамках малоуглового приближения уравнения переноса. Определим прямое преобразование Фурье пространственно-углового распределения яркости $L\left(\vec{r}_\perp, z, \vec{n}_\perp\right)$ соотношением

$$\tilde{L}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right) = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_\perp, z, \vec{n}_\perp\right) \exp\left(i\vec{\nu}\vec{r}_\perp\right) \exp\left(i\vec{\eta}\vec{n}_\perp\right) d\vec{r}_\perp\, d\vec{n}_\perp$$

и обратное ему преобразование соотношением

$$L\left(\vec{r}_\perp, z, \vec{n}_\perp\right) = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \tilde{L}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right) \exp\left(-i\vec{\nu}\vec{r}_\perp\right) \exp\left(-i\vec{\eta}\vec{n}_\perp\right) d\vec{\nu}\, d\vec{\eta}. \quad (3)$$

Если обозначить решение уравнения переноса излучения в области Фурье для точечного мононаправленного источника единичной мощности (1) через $\tilde{G}_{PC}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right)$, то для источника с произвольным пространственно-угловым распределением яркости $L^{\text{вх}}\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)$ решение уравнения переноса излучения в области Фурье можно записать в форме [1]

$$\tilde{L}^{\text{вых}}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right) = 4\pi^2 \tilde{L}^{\text{вх}}\left(\vec{\nu}, \vec{\eta} + \vec{\nu} z\right) \tilde{G}_{PC}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right). \quad (4)$$

Подстановка уравнения (4) в выражение (3) позволяет получить следующий результат [2]:

$$
\begin{aligned}
&L^{\text{вых}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) = \\
&\quad = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\cdot\cdot\!\int \tilde{L}^{\text{вых}}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right)\exp\left(-i\left(\vec{\nu}\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} + \vec{\eta}\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right)\right) d\vec{\nu}d\vec{\eta} = \\
&= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\cdot\cdot\!\int \tilde{L}^{\text{вх}}\left(\vec{\nu}, \vec{\eta} + \vec{\nu}z\right)\tilde{G}_{PC}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right)\exp\left(-i\left(\vec{\nu}\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} + \vec{\eta}\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right)\right) d\vec{\nu}d\vec{\eta} = \\
&\qquad = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\cdot\cdot\!\int \left\{\tilde{G}_{PC}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right)\exp\left(-i\left(\vec{\nu}\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} + \vec{\eta}\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right)\right)\times\right. \\
&\times\left.\left[\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\cdot\cdot\!\int L^{\text{вх}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\exp\left[i\left(\vec{\nu}\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} + \vec{\nu}z\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\right] d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right]\right\} d\vec{\nu}d\vec{\eta} = \\
&\qquad\qquad = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\cdot\cdot\!\int \left\{L^{\text{вх}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\frac{1}{4\pi^2}\times\right. \\
&\qquad\times\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\cdot\cdot\!\int \tilde{G}_{PC}\left(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}\right)\exp[-i(\vec{\nu}(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}) +\right. \\
&\qquad\qquad\left.\left. + \vec{\eta}(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}))]d\vec{\nu}d\vec{\eta}\right]\right\} d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\cdot d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}} = \\
&= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\cdot\cdot\!\int L^{\text{вх}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) G_{PC}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}, z, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Таким образом, при известной функции Грина слоя рассевающей среды $G_{PC}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$ яркостное поле на выходе слоя рассчитывается путем вычисления интеграла свертки (5) при условии выполнения в слое среды ракурсной инвариантности.

Строго говоря, свойством ракурсной инвариантности обладает только поле яркости в свободном пространстве. Из уравнения переноса излучения в свободном пространстве следует неизменность яркости вдоль луча в направлении $\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}$, так что [3]

$$L\left(\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}\right) = L^{\text{вх}}\left(\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - z\vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}\right);$$

$$L\left(\vec{r}_{2\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right) = L^{\text{вх}}\left(\vec{r}_{2\perp}^{\,\text{вых}} - z\vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right).$$

В свободном пространстве значения яркости лучей от диффузного источника равны:

$$L\left(\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}\right) = L\left(\vec{r}_{2\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right),$$

из чего следует зависимость между пространственными и угловыми координатами

$$\vec{r}_{2\perp}^{\,\text{вых}} = \vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - z\left(\vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right). \tag{6}$$

При выполнении условия (6) можно записать следующее равенство:

$$L\left(\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}\right) = L\left(\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - z\left(\vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right), z, \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right),$$

которое формулируется как условие ракурсной инвариантности поля яркости [4].

В рассеивающих средах выполнение условия ракурсной инвариантности обусловлено областью применимости малоуглового приближения уравнения переноса.

В соответствии с теоремой оптической взаимности яркость излучения в точке приема $L^{\text{вых}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right)$ от диффузного источника с яркостью $L^{\text{вх}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$, расположенного в плоскости $z = 0$, можно представить в виде интеграла [1]:

$$L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) G^{E}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, -\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \tag{7}$$

где $G^{E}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, -\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$ — нормированная освещенность в точке $\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}$ в плоскости $z = 0$, создаваемая точечным мононаправленным источником единичной мощности, расположенным в месте приема излучения $\vec{r}^{\,\text{вых}} = \left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, z\right)$ и излучающим в направлении $-\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}$.

В малоугловом приближении возможно приближенное равенство

$$G^{E}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, -\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) = G^{E}\left(\left|\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right|\right),$$

что позволяет переписать соотношение (7) в следующем виде [5]:

$$L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) G^{E}\left(\left|\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right|\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}. \tag{8}$$

При этом выражение (8) представляет собой двумерную свертку по пространственным координатам $\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} = \left(x^{\text{вх}}, y^{\text{вх}}\right)$.

После подстановки зависимости (6) в соотношение (8) данное выражение преобразуется к следующему виду:

$$L\left(\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) G^E\left(\left|\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z\vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}\right|\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) G^E\left(\left|\vec{r}_{2\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z\vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right|\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} = L\left(\vec{r}_{2\perp}^{\,\text{вых}}, z, \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right),$$

т.е. в малоугловом приближении поле яркости от диффузно светящегося источника удовлетворяет условию ракурсной инвариантности — поле яркости излучения в точке слоя рассеивающей среды $\vec{r}_1^{\,\text{вых}} = \left(\vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}}, z\right)$ в направлении $\vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}$ равна яркости излучения в точке слоя среды $\vec{r}_{2\perp}^{\,\text{вых}} = \vec{r}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - z\left(\vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{n}_{2\perp}^{\,\text{вых}}\right)$ в направлении $\vec{n}_{1\perp}^{\,\text{вых}}$.

Следующим звеном активной изображающей системы является отражающий объект — как диффузно отражающий, так и световозвращающий. Функция Грина диффузно отражающего объекта $G_{\text{отр}}^{\text{д}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$ математически описывает процесс преобразования лучевой индикатрисы излучения точечного источника (1), падающего на отражатель, в ламбертовскую индикатрису. Для вывода функции Грина диффузно отражающего объекта удобнее перейти к сферической системе координат, поэтому для угловой составляющей точечного мононаправленного источника можно записать следующие выражения:

$$\delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}} - \vec{n}_{\perp}^{\,\text{и}}\right) = \frac{\delta\left(\theta - \theta^{\text{и}}\right)\delta\left(\varphi - \varphi^{\text{и}}\right)}{\sin\theta};$$

$$\int\limits_{2\pi} \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}} - \vec{n}_{\perp}^{\,\text{и}}\right) d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}} = 1; \quad d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}} = \sin\theta d\theta d\varphi,$$

где $\vec{n}_{\perp}^{\,\text{и}}, \theta^{\text{и}}, \varphi^{\text{и}}$ — соответственно проекция вектора и углы в сферической системе координат, определяющие направление излучения точечного мононаправленного источника.

Для ламбертовской поверхности яркость отраженного излучения не зависит от угла визирования:

$$L\left(\vec{r}_{\perp}\right) = \frac{\rho\left(\vec{r}_{\perp}\right)}{\pi} \int\limits_{2\pi} L^{\text{и}}\left(\vec{r}_{\perp}, \vec{n}_{\perp}\right) \cos\theta d\vec{n}_{\perp},$$

где $\rho\left(\vec{r}_{\perp}\right)$ — распределение коэффициента отражения по поверхности объекта. Для определения функции Грина диффузно отражающего объекта $G_{\text{отр}}^{\text{д}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$ необходимо найти его реакцию на излучение точечного мононаправленного источника (1):

$$G_{\text{отр}}^{\text{д}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) = \frac{\rho\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)}{\pi}\times$$

$$\times \int\limits_{2\pi} \frac{\delta\left(\theta-\theta^{\text{и}}\right)\delta\left(\varphi-\varphi^{\text{и}}\right)}{\sin\theta}\cos\theta\sin\theta d\theta d\varphi =$$

$$= \frac{\rho\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}-\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)}{\pi}\cos\theta^{\text{и}}.$$

Таким образом, диффузно отражающий объект размывает исходную индикатрису в ламбертовскую и при этом сохраняет пространственные координаты.

Функция Грина $G_{\text{отр}}^{\text{св}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}};\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$ световозвращающего объекта может быть получена в рамках геометрической оптики для идеального, дефокусированного и аберрационного световозвращателей. В случае идеального световозвращателя (рис. 1) ход лучей в нем подчиняется законам параксиальной оптики, что автоматически требует выполнения условий изопланатизма (угловой инвариантности). Для такого световозвращателя функция Грина выглядит следующим образом:

$$G_{\text{отр}}^{\text{св}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}};\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)=\delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}+\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}+\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right).$$

Из анализа полученной функции Грина следует, что идеальный световозвращатель сохраняет координаты входных лучей и отражает излучение точно в направлении подсветки. При этом структура функций Грина отражателей (диффузного и световозвращающего) не подразумевает прямой зависимости от входных пространственных $(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}})$ и угловых $(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}})$ координат, а лишь зависимость от разности (суммы) входных и выходных координат. Таким образом, для отражателей обоих видов интеграл суперпозиции (2) также сводится к интегралу свертки:

$$L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\!\cdot\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)G_{\text{отр}}^{\text{д}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}};\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}},\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}=$$

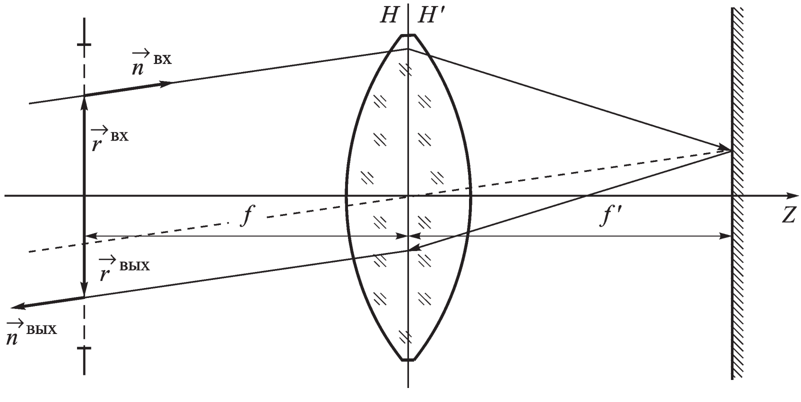

Рис. 1. Ход лучей в идеальном световозвращателе

$$= \frac{\cos\theta^{\text{и}}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) \rho\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}.$$

и

$$L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) = \int_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) G_{\text{отр}}^{\text{св}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \left(-\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\right) \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \left(-\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}.$$

Отразившись от объекта, излучение вновь распространяется в рассеивающей среде связь между входным и выходным полями яркости описывается через упомянутую функцию Грина слоя рассеивающей среды $G_{\text{рс}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}; \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$ и попадает во входной зрачок приемной оптической системы. Для нахождения распределения яркости (освещенности) в плоскости анализа оптической системы необходимо определить ее функцию Грина.

Под оптической системой в данном случае понимаются (рис. 2):

— слой свободного пространства между плоскостью входного зрачка и главными плоскостями оптической системы H и H' (с входными координатами $\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}$ и толщиной $z^{\text{вх}}$);

— безаберрационный тонкий однолинзовый объектив с входными $\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H}, \vec{n}_{\perp}^{\,H}\right)$ и выходными $\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}, \vec{n}_{\perp}^{\,H'}\right)$ координатами и толщиной $z = 0$;

— слой свободного пространства между главными плоскостями оптической системы H и H' и плоскостью анализа с выходными координатами $\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}$ и толщиной $z^{\text{вых}}$.

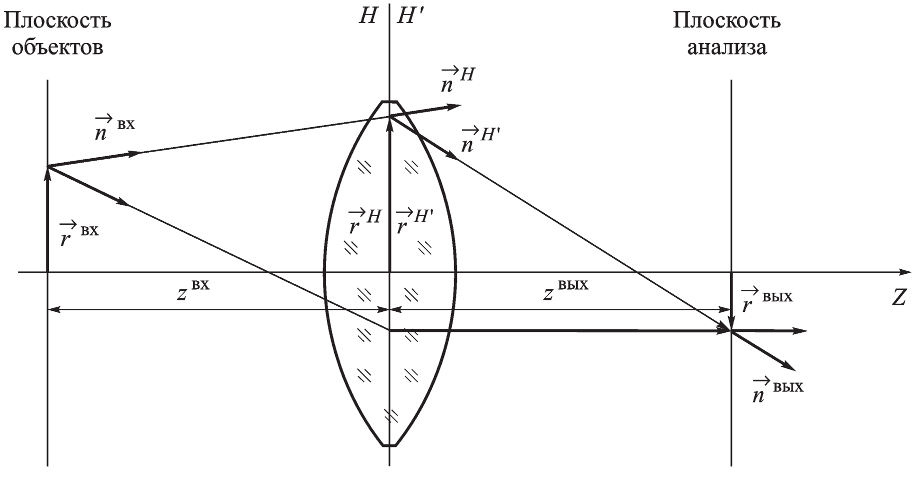

Рис. 2. Идеальная оптическая система

Как и ранее, под функцией Грина идеальной оптической системы $G_{\text{ос}}\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вых}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вых}}; \vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)$ понимается реакция данной системы на воздействие точечного мононаправленного источника единичной мощности (1).

Связь между полями яркости в главной плоскости оптической системы и в плоскости входного зрачка задается с помощью функции Грина слоя свободного пространства

$$G_{\text{сп}}\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вых}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вых}}; \vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right) = \delta\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вых}} - \vec{r}_\perp^{\,\text{вх}} - z\vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{n}_\perp^{\,\text{вых}} - \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right) \tag{9}$$

и определяется выражением

$$\begin{aligned} L\left(\vec{r}_\perp^{\,H}, \vec{n}_\perp^{\,H}\right) &= \\ &= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\!\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{r}_\perp^{\,H} - \vec{r}_\perp^{\,\text{вх}} - z^{\,\text{вх}}\vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{n}_\perp^{\,H} - \vec{n}_\perp^{\,\text{вх}}\right)d\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}d\vec{n}_\perp^{\,\text{вх}} = \\ &= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\!\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \vec{n}_\perp^{\,H}\right)\delta\left(\vec{r}_\perp^{\,H} - \vec{r}_\perp^{\,\text{вх}} - z^{\,\text{вх}}\vec{n}_\perp^{\,H}\right)d\vec{r}_\perp^{\,\text{вх}}, \end{aligned} \tag{10}$$

Следующим преобразующим элементов является оптическая система.

При рассмотрении оптической системы в рамках параксиальной оптики для нее согласно рис. 3 имеем соотношения

$$-\operatorname{tg}\sigma = \frac{\left|\vec{r}_\perp^{\,H}\right|}{-a}; \quad \operatorname{tg}\sigma' = \frac{\left|\vec{r}_\perp^{\,H}\right|}{a'},$$

где σ — угол между лучом, прошедшим оптическую систему, и оптической осью в пространстве предметов (обратный ход луча); σ' — угол между лучом, прошедшим оптическую систему, и оптической осью в пространстве изображений (прямой ход луча).

Как известно из теории оптических систем [6], уравнение тонкой линзы имеет вид

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{\vec{r}_\perp^{\,H}}{a} + \frac{\vec{r}_\perp^{\,H}}{a'} = \frac{\vec{r}_\perp^{\,H}}{f'}.$$

Перепишем это соотношение, описывающее в параксиальном приближении ход лучей через идеальную тонкую линзу, следующим образом:

$$\sigma' = -\sigma + \frac{\vec{r}_\perp^{\,H}}{f'}. \tag{11}$$

Учитывая, что в параксиальном (малоугловом) приближении $\sigma \approx \left|\vec{n}_\perp^{\,H}\right|$, $\sigma' \approx \left|\vec{n}_\perp^{\,H'}\right|$, выражение (11) можно переписать в виде

$$\left|\vec{n}_\perp^{\,H'}\right| + \left|\vec{n}_\perp^{\,H}\right| = \frac{\left|\vec{r}_\perp^{\,H}\right|}{f'}. \tag{12}$$

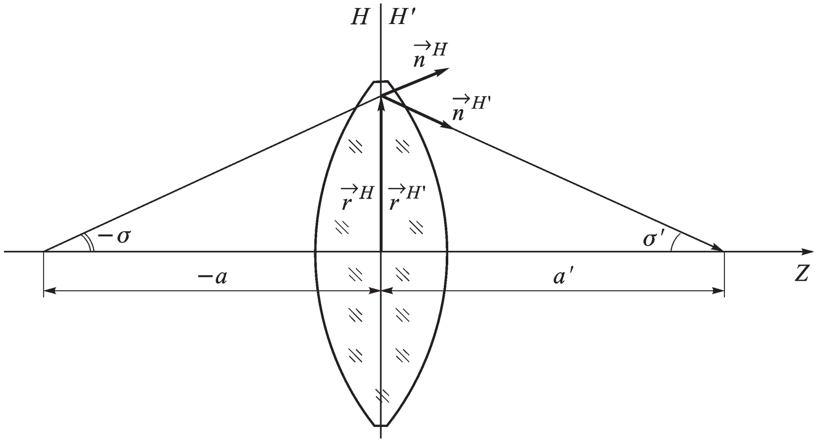

Рис. 3. Ход лучей в идеальной оптической системе

Тогда для функции Грина оптической системы в векторной записи, опираясь на рис. 3 и соотношение (12), можно получить следующее выражение [7]:

$$G_{\text{ос}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}, \vec{n}_{\perp}^{\,H'}; \vec{r}_{\perp}^{\,H}, \vec{n}_{\perp}^{\,H}\right) = \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,H'} + \vec{n}_{\perp}^{\,H} - \frac{\vec{r}_{\perp}^{\,H}}{f'}\right).$$

По своему физическому смыслу функция $G_{\text{ос}}\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}, \vec{n}_{\perp}^{\,H'}; \vec{r}_{\perp}^{\,H}, \vec{n}_{\perp}^{\,H}\right)$ определяет закон преломления оптической системой луча света, падающего на входной зрачок в точке с радиусом-вектором $\vec{r}_{\perp}^{\,H}$ в направлении, определяемом единичным вектором $\vec{n}_{\perp}^{\,H}$. При этом идеальная оптическая система не меняет пространственные координаты падающих на нее лучей, т.е. $\vec{r}_{\perp}^{\,H'} = \vec{r}_{\perp}^{\,H}$. Тогда яркостное поле в главной плоскости оптической системы после ее преломляющего воздействия можно записать так

$$L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}, \vec{n}_{\perp}^{\,H'}\right) = \int_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\!\cdot\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}, \vec{n}_{\perp}^{\,H}\right) \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,H'} + \vec{n}_{\perp}^{\,H} - \frac{\vec{r}_{\perp}^{\,H'}}{f'}\right) d\vec{n}_{\perp}^{\,H}. \quad (13)$$

Преобразование яркостного поля слоем свободного пространства между главной плоскостью и плоскостью анализа оптической системы описывается с помощью функции Грина слоя свободного пространства, аналогичной с точностью до обозначения координат выражению (9). При этом поле яркости в плоскости анализа описывается выражением, аналогичным соотношению (10):

$$L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) = \int_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\!\cdot\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,H'} - z^{\,\text{вых}}\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,H'}. \quad (14)$$

Распределение освещенности в плоскости анализа оптической системы можно найти, проинтегрировав пространственно-угловое распределение яркости (14) по всем направлениям. В малоугловом приближении искомое распределение будет иметь вид:

$$E\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}. \tag{15}$$

При подстановке выражений (10), (13) и (14) в уравнение (15) можно получить следующее соотношение:

$$\begin{gathered} E\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}\right) = \\ = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,H}\right) \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z^{\,\text{вх}}\vec{n}_{\perp}^{\,H}\right) \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}} + \vec{n}_{\perp}^{\,H} - \frac{\vec{r}_{\perp}^{\,H'}}{f'}\right) \times \\ \times\, \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,H'} - z^{\,\text{вых}}\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} d\vec{n}_{\perp}^{\,H} d\vec{r}_{\perp}^{\,H'} d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}. \end{gathered} \tag{16}$$

В случае, когда яркость источника $L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)$ практически не зависит от направления $\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вх}}$ в пределах переднего апертурного угла приемной оптической системы (источник, близкий к ламбертовскому), выражение (16) примет вид

$$\begin{gathered} E\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'} - \vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} - z^{\,\text{вх}}\vec{n}_{\perp}^{\,H}\right) \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}} + \vec{n}_{\perp}^{\,H} - \frac{\vec{r}_{\perp}^{\,H'}}{f'}\right) \times \\ \times\, \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \vec{r}_{\perp}^{\,H'} - z^{\,\text{вых}}\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} d\vec{n}_{\perp}^{\,H} d\vec{r}_{\perp}^{\,H'} d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}. \end{gathered} \tag{17}$$

После последовательного интегрирования по $\vec{r}_{\perp}^{\,H'}$ и $\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}$ выражение (17) примет вид

$$\begin{gathered} E\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right) \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}} + \vec{n}_{\perp}^{\,H} - \frac{\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} + z^{\,\text{вх}}\vec{n}_{\perp}^{\,H}\right)}{f'}\right) \times \\ \times\, \delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - \left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} + z^{\,\text{вх}}\vec{n}_{\perp}^{\,H}\right) - z^{\,\text{вых}}\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}}\right) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} d\vec{n}_{\perp}^{\,H} d\vec{n}_{\perp}^{\,\text{вых}} = \\ = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\cdot\!\!\int L(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}})(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}} - (\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} + z^{\,\text{вх}}\vec{n}_{\perp}^{\,H}) - \\ - z^{\,\text{вых}}\left(-\vec{n}_{\perp}^{\,H} + \frac{\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} + z^{\,\text{вх}}\vec{n}_{\perp}^{\,H}\right)}{f'}\right)\Bigg) d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}} d\vec{n}_{\perp}^{\,H}. \end{gathered} \tag{18}$$

Если плоскости объектов и анализа приемной системы оптически сопряжены, то выполняется следующее соотношение:

$$-\frac{1}{z^{\text{вх}}}+\frac{1}{z^{\text{вых}}}=\frac{1}{f'} \text{ или } \quad z^{\text{вых}}-z^{\text{вх}}=\frac{z^{\text{вх}}\cdot z^{\text{вых}}}{f'}.$$

В этом случае формула (18) преобразуется к известному виду [8]

$$E\left(\vec{r}_{\perp}^{\,H'}\right)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\!\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}-\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}-\frac{z^{\text{вых}}\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}}{f'}\right)d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}d\vec{n}_{\perp}^{\,H}=$$

$$=\pi\sigma^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\cdot\!\cdot\!\!\int L\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\right)\delta\left(\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вых}}-\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}\left(1+\frac{z^{\text{вых}}}{f'}\right)\right)d\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}, \quad (19)$$

где σ — передний апертурный угол приемной оптической системы; $1+\dfrac{z^{\text{вых}}}{f'}=\dfrac{z^{\text{вых}}}{z^{\text{вх}}}=\beta$ — линейное увеличение оптической системы. При этом выражение (19) представляет собой интеграл свертки по пространственным координатам $\vec{r}_{\perp}^{\,\text{вх}}$.

Таким образом, для всех звеньев активной системы видения (слой рассеивающей среды, отражатель, приемная оптическая система) связи выходных полей яркости с входными описываются интегралами свертки, что позволяет с помощью Фурье-преобразования функций Грина звеньев системы и их последующего перемножения получить передаточную функцию активной системы видения. Найденная передаточная функция в дальнейшем может использоваться [1] для определения основных характеристик активных систем видения, в том числе предельной дальности видения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К а р а с и к В. Е., О р л о в В. М. Лазерные системы видения. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 352 с.
2. Д о л и н Л. С., Л е в и н И. М. Справочник по теории подводного видения. – Л.: Гидрометеоиздат, 1991. – 230 с.
3. А п р е с я н Л. А., К р а в ц о в Ю. А. Теория переноса излучения. – М.: Наука, 1983. – С. 216.
4. Д о л и н Л. С., С а в е л ь е в В. А. Уравнение переноса оптического изображения в рассеивающей среде // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. – 1979. – Т. 15. № 7. – С. 717–723.
5. З у е в В. Е., Б е л о в В. В., В е р е т е н н и к о в В. В. Теория систем в оптике дисперсных сред. – Томск: Изд-во СО РАН, 1997. – 402 с.
6. З а к а з н о в Н. П., К и р ю ш и н С. И., К у з и ч е в В. И. Теория оптических систем. – М.: Машиностроение, 1990. – 420 с.
7. В е б е р В. Л. Контраст изображений малоразмерных объектов при наблюдении через рассеивающую среду методом отражательной конфокальной микроскопии // Изв. вузов. Радиофизика. – 1996. – Т. 39. № 7. – С. 925–940.

8. М о с я г и н Г. М., Н е м т и н о в В. Б., Л е б е д е в Е. Н. Теория оптико-электронных систем. – М.: Машиностроение, 1992. – 448 с.

Статья поступила в редакцию 10.04.2009

Максим Вячеславович Вязовых родился в 1976 г., окончил в 2000 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области лазерной локации и лазерных систем видения.

M.V. Viazovykh (b. 1976) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2000. Ph.D. (Eng), assoc. professor of “Laser and Optical-and-Electronic Systems” departament of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 20 publications in the field of the laser location and laser imaging.

Валерий Ефимович Карасик родился в 1939 г., окончил в 1964 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 120 научных работ в области лазерного зондирования, локации и дальнометрии.

V.E. Karasik (b. 1939) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1964. D. Sc. (Eng), professor of “Laser and Optical and Electronic Sysems” Departmet of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 120 publications in the field of laser sounding, detecting, laser ranging.

Владимир Михайлович Орлов родился в 1936 г., окончил в 1959 г. Московский институт химического машиностроения. Д-р физ.-мат. наук. Автор более 150 научных работ в области лазерной локации и атмосферной оптики.

V.M. Orlov (b.1936), graduated from Moscow Institute of Chemical Machinery in 1959. D. Sc. (Phys.-Math). Author of more than 150 publications in the field of laser location and optics of atmosphere.