

СИНТЕЗ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СБОРКИ СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВЕ РАЗРЕЗАНИЙ ГИПЕРГРАФА

А.Н. Божко
А.П. Карпенко

bozhkoan@bmstu.ru
apkarpenko@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрена проблема автоматизации проектирования процессов сборки сложных изделий. Приведен краткий обзор основных направлений в этой области информационных технологий. Предложена гиперграфовая модель механической структуры изделия. Показано, что указанная модель корректно описывает координацию деталей в изделии, которая достигается базированием по конструкторским базам. Введены понятия s -гиперграфа и разрезания s -гиперграфа. Показано, что разрезание служит корректным математическим описанием операций сборки, разборки и тестовых конфигураций изделия, для которых корректна и необходима проверка на геометрическую разрешимость. Введено комбинаторное пространство всех разрезов s -гиперграфа и показано, что оно является универсальной порождающей средой для генерации последовательностей сборки и схем декомпозиции на сборочные единицы. Формализовано свойство геометрической наследственности при сборке. Задача анализа геометрических препятствий при сборке сложных изделий поставлена как неантагонистическая игра двух лиц (ЛПР и природы) по окрашиванию вершин упорядоченного множества в два цвета. Рациональные стратегии окраски позволяют минимизировать число прямых геометрических проверок. Доказаны теорема о структуре упорядоченных множеств, которые порождаются разрезаниями s -гиперграфа, и теорема о характеристике правильных окрасок упорядоченных множеств

Ключевые слова

Автоматизация проектирования, сборка, последовательность сборки, сборочная единица, разбиение, механическая структура, геометрическая разрешимость, гиперграф

Поступила в редакцию 25.12.2017
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Введение. Современное дискретное промышленное производство отличается постоянным увеличением сложности продукции и сокращением сроков технической подготовки производства. Это глубокое системное противоречие невозможно разрешить без использования средств автоматизации проектирования и поддержки принятия конструкторских и технологических решений в рамках интегрированных CAD/CAM-систем.

Технологическая подготовка сборочного производства является концентратором связей между конструкторскими и технологическими стадиями жизненного цикла. Для изделий средней и высокой сложности процесс сборки раз-

рабатывается перед технологическими процессами обработки деталей. В процессе синтеза сборочных операций и переходов происходит объективизация возможных проектных ошибок и верификация конструкции, а также уточняются технические требования к процессам изготовления деталей.

Проблемы автоматизации проектирования сборочных процессов (Computer Aided Assembly Planning, СААР) активно обсуждаются в современных публикациях [1–5]. Классификация основных подходов, используемых в СААР, приведена на рис. 1.

Методы проектирования, использующие парадигму искусственного интеллекта, можно разделить на две подгруппы: 1) методы, основанные на правилах; 2) методы, основанные на знаниях [6]. В первой подгруппе конструктивно-технологические связи изделия, влияющие на поведение изделия в процессе сборки, описывают как отношения предшествования (Precedence Relations) и представляют в виде множества прикладных правил и аксиом в формализме выбранной логической системы (дескрипционной, пропозициональной, модальной, темпоральной и др.). Последовательность сборки извлекают из доказательства (или опровержения) некоторого целевого утверждения. Этот подход не предлагает никаких способов обмена знаниями и их накопления. Для каждого нового изделия система прикладных логических правил и аксиом должна быть сформирована заново.

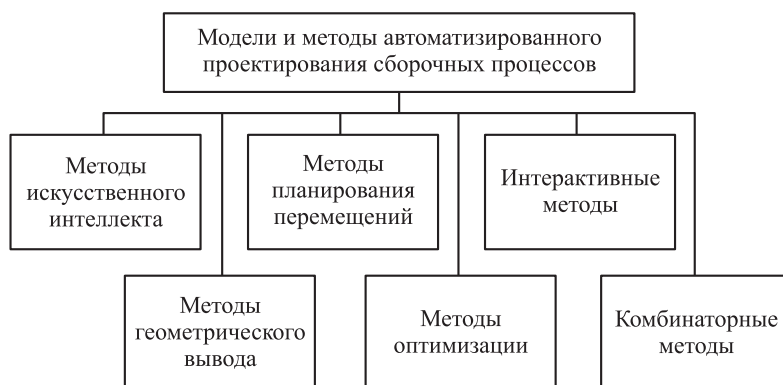


Рис. 1. Классификация основных подходов, используемых в СААР

В основе любого метода проектирования второй подгруппы лежит прикладная база знаний. Эта база хранит экспертные данные об изделии и проектной ситуации и записывается на одном из языков искусственного интеллекта. Чаще всего для этого используют семантические сети и объектные модели. Процедура извлечения экспертных знаний отличается высокой стоимостью, низкой надежностью и плохой воспроизводимостью результатов.

Собранный фрагмент изделия и элементы технологической оснастки образуют геометрические препятствия, которые могут затруднить или запретить установку детали в служебное положение. Эффективное описание геометриче-

ских препятствий и поиск необходимых и достаточных условий геометрической разрешимости — основная задача методов геометрического вывода [7]. Однако задача синтеза рационального плана сборки не может быть решена как геометрическая задача. Качество проектных решений при сборке зависит от большого числа других конструктивно-технологических факторов, например механической структуры изделия, системы конструкторских размерных цепей, способа реализации соединений и др. Поэтому методы геометрического вывода не могут использоваться как основное средство проектирования в задачах СААР.

В методах планирования перемещений (Motion Planning) задача сборки ставится как задача поиска свободной траектории точки, которая представляет собой перемещаемую деталь в многомерном конфигурационном пространстве. Методы этой группы учитывают только геометрические аспекты задачи и не принимают во внимание многочисленные технологические и конструктивные ограничения, которые влияют на допустимость и рациональность проектных решений. Размерность конфигурационного пространства изделия быстро растет с увеличением числа деталей. Поэтому сборку реальных конструкций в парадигме планирования перемещений описывают конфигурационные пространства очень высокой размерности. Методы этого класса целесообразно использовать только как вспомогательное средство для синтеза сложных траекторий движения деталей при сборке изделия в заданной последовательности [8].

Исследования, которые относятся к группе методов оптимизации, посвящены вычислительным аспектам СААР [9]. В работах данного направления рассматривается проблема выбора рациональной последовательности сборки из множества заданных последовательностей высокой мощности. Не ставится и не решается центральная проблема теории автоматизированного проектирования сборочных процессов — построение моделей изделия и технологической системы, которые содержат необходимую информацию для синтеза допустимых и рациональных проектных решений.

В интерактивных методах проектирования основные проектные задачи решает эксперт, а вычислительная система выполняет подготовительные и сервисные функции. В одном из первых интерактивных методов, который разработал А. Bourjault, эксперт должен ответить на вопросы о рациональном порядке реализации механических связей. Программа рассчитывает необходимое множество парных сравнений и преобразует ответы ЛПР в последовательность сборки изделия. Опыт эксплуатации показал, что синтез рационального плана сборки требует очень большого числа вопросов даже при сборке изделий средней сложности. Существуют интерактивные методы, основанные на прототипировании проектных решений в системах виртуальной реальности. Однако СААР-системы этого типа отличаются высокой стоимостью [5].

Наибольшее распространение в современной промышленности получили комбинаторные методы проектирования [10]. В методах этой группы изделие рассматривается как совокупность элементов (деталей, поверхностей, геомет-

рических примитивов и др.), на которых действуют отношения различной физической природы (геометрические, механические, размерные, кинематические и др.). Элементы и отношения описывают с помощью различных дискретных моделей: матриц, графов, гиперграфов, сетей Петри, атрибутированных графов, И-ИЛИ-графов, семантических сетей и др. Для генерации проектных решений используют различные методы преобразования моделей, например упорядочение вершин, поиск фундаментальных циклов, разрезание и пр.

Систематический метод комбинаторного типа предложен в работе [3]. В нем основной моделью изделия является граф связей $G = (X, S)$, в котором множество вершин X описывает детали изделия, а множество ребер S — механические связи между деталями. Для генерации плана сборки предложена рекурсивная процедура разрезания (bi-partitioning) графа G на две связные компоненты. Результаты разрезания фиксируют в виде И-ИЛИ-дерева. Каждое разрезание проверяется на геометрические препятствия, для чего имитируют процедуру разборки разрезаемого фрагмента конструкции.

Граф связей G моделирует соединения и сопряжения между деталями изделия. В общем случае он не может корректно описать координацию деталей, которая достигается отношением базирования переменной местности. Поэтому разрезание графа на компоненты связности графа может порождать несорядинированные и неустойчивые подмножества деталей, которые не могут существовать как независимые сборочные единицы.

Гиперграфовая модель механической структуры изделия. Гиперграфовая модель механической структуры изделия, которая корректно описывает координацию деталей по конструкторским базам в изделии, предложена в работе [8], там же дано математическое определение плана сборки изделия как последовательности стягиваний вершин гиперграфа.

Введем необходимые понятия и определения. Пусть $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ — множество деталей изделия X . Поставим в соответствие изделию X гиперграф $H = (X, R)$, в котором множество вершин X описывает детали, а множество ребер R — минимальные геометрические группировки деталей, полученные базированием по конструкторским базам. Конструкция приводного вала приведена на рис. 2, а, гиперграф конструкции — на рис. 2, б.

Определение 1. Гиперграф, для которого существует последовательность нормальных стягиваний, переводящая его в одновершинный гиперграф без петель и изолированных ребер, назовем s -гиперграфом (стягиваемым гиперграфом).

Теорема о необходимых условиях стягиваемости доказана в работе [8].

Теорема 1. Если гиперграф $H = (X, R)$ стягивается, то:

- 1) среди ребер H существует по крайней мере одно ребро степени 2;
- 2) гиперграф является связным;
- 3) число вершин $|X|$ и число ребер $|R|$ гиперграфа H удовлетворяют соотношению $|X| = |R| + 1$ (линейное соотношение).

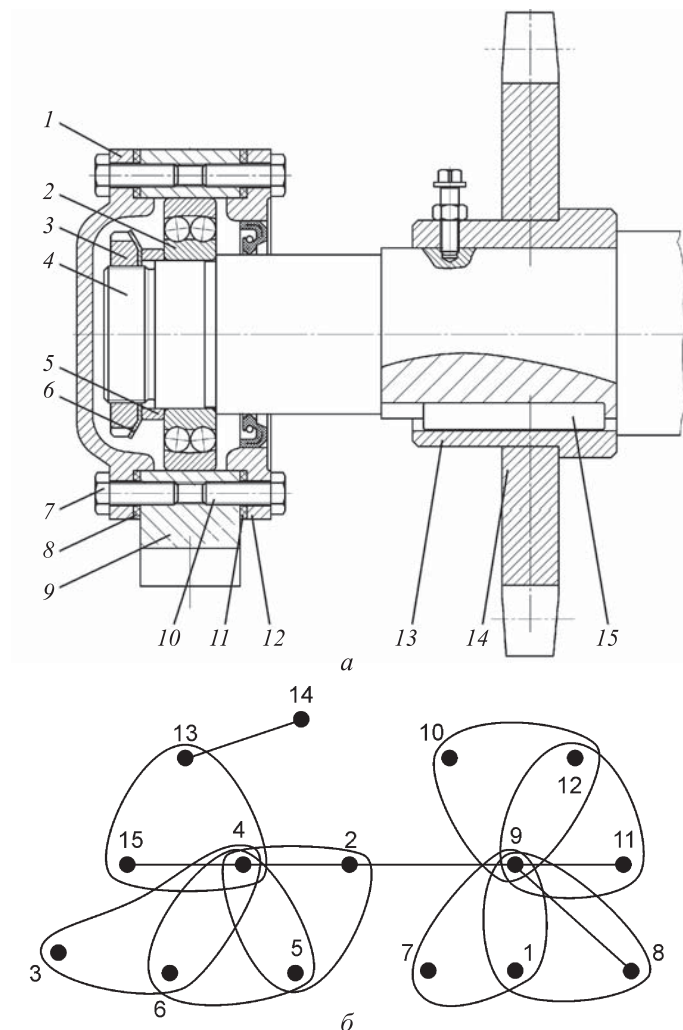


Рис. 2. Конструкция приводного вала (а) и гиперграф H , этой конструкции (б):
1–15 — детали приводного вала; 1–15 — вершины гиперграфа, соответствующие деталям 1–15

Комбинаторное пространство разрезов гиперграфа. Приведем следующее определение.

Определение 2. Пара (A, B) , $A, B \subseteq X$, называется разрезанием гиперграфа $H = (X, R)$, если $A \cup B = X$, $A \cap B = \emptyset$ и подграфы $[A]$, $[B]$, порожденные в гиперграфе H множествами вершин A, B , являются s -гиперграфами.

Определение 2 постулирует свойство независимой координации обеих частей разрезания. Другими словами, корректным считается такое разбиение изделия, в котором оба конструктивных фрагмента являются геометрически определенными и эта определенность достигается за счет их внутренних конструкторских баз. Указанное свойство должно выполняться для операций сборки, разборки, разбиения на сборочные единицы и, в том числе, для тестов на геометрическую разрешимость.

Теорема 2. Разрезание (A, B) s -гиперграфа $H = (X, R)$ достигается удалением только одного ребра $r \in R$.

◀ Пусть $[A] = (A, R_A)$ и $[B] = (B, R_B)$ — подграфы, порожденные в гиперграфе H множествами вершин A и B соответственно. Очевидно, что гиперграф $[A \cup B]$, порожденный объединенным множеством вершин A и B , совпадает с $H = (X, R)$. Для $[A]$ и $[B]$ как s -гиперграфов (определение 2) выполняются соотношения $|A| = |R_A| + 1$ и $|B| = |R_B| + 1$. Сложив почленно эти равенства, получим $|A| + |B| = |R_A| + |R_B| + 2$. Поскольку множества A и B образуют разбиение множества X , тогда $|A| + |B| = |X|$ и $|X| = |R_A| + |R_B| + 2$. Для гиперграфа H как стягиваемого гиперграфа также выполняется линейное соотношение $|X| = |R| + 1$. Из последних двух равенств следует, что $|R| + 1 = |R_A| + |R_B| + 2$ или $|R| = |R_A| + |R_B| + 1$. Число ребер в гиперграфе H на единицу больше общего числа ребер в гиперграфах $[A]$ и $[B]$. Это означает, что в гиперграфе H их соединяет только одно ребро. ▶

Теорема 2 дает простой способ генерации всевозможных разрезов s -гиперграфа на подграфы, которые описывают связные и скоординированные фрагменты конструкции. Поскольку каждая часть гиперграфа, полученная разрезанием, представляет собой s -гиперграф, процедуру можно продолжить вплоть до элементарных разрезов, состоящих из отдельных вершин. Результаты рекурсивной процедуры разрезов представим в виде И-ИЛИ-дерева, где корневая вершина представляет исходный s -гиперграф, внутренние вершины описывают подграфы, полученные разрезанием, листья соответствуют вершинам гиперграфа, а И-связки описывают разрезания.

В качестве примера используем конструкцию приводного вала, приведенную на рис. 2, а. Структура И-ИЛИ-дерева разрезов гиперграфа H , (см. рис. 2, б) показана на рис. 3.

Обозначим $T(H)$ И-ИЛИ-дерево разрезов, построенное по s -гиперграфу $H = (X, R)$. Приведем несколько очевидных следствий, которые вытекают из процедуры построения дерева. Вершины дерева описывают связные и скоординированные конструктивные фрагменты, которые обладают свойством независимой собираемости. Такими фрагментами, в частности, являются сборочные единицы, узлы, состояния изделия в процессе сборки/разборки и др. Поддерево, корень которого представляет собой внутренняя вершина Y , описывает все возможные разрезания Y как автономного объекта. Операция, обратная разрезанию гиперграфа, — сборка двух фрагментов, которая реализуется с помощью одной связи. Эта операция секвенциальна и когерентна. Любой путь в $T(H)$, соединяющий внутреннюю или висячую вершины с корневой, представляет собой описание последовательности сборки изделия, каждая операция которой является секвенциальной и когерентной.

Пример сборки изделия без разбиения на сборочные единицы приведен на рис. 4, а. Такие последовательности называются линейными [2]. Пример нелинейной последовательности показан на рис. 4, б. Нелинейность дает немаксимальное разрезание $(\{2, 4, 13, 14, 15\}, \{9, 10, 11, 12\})$.

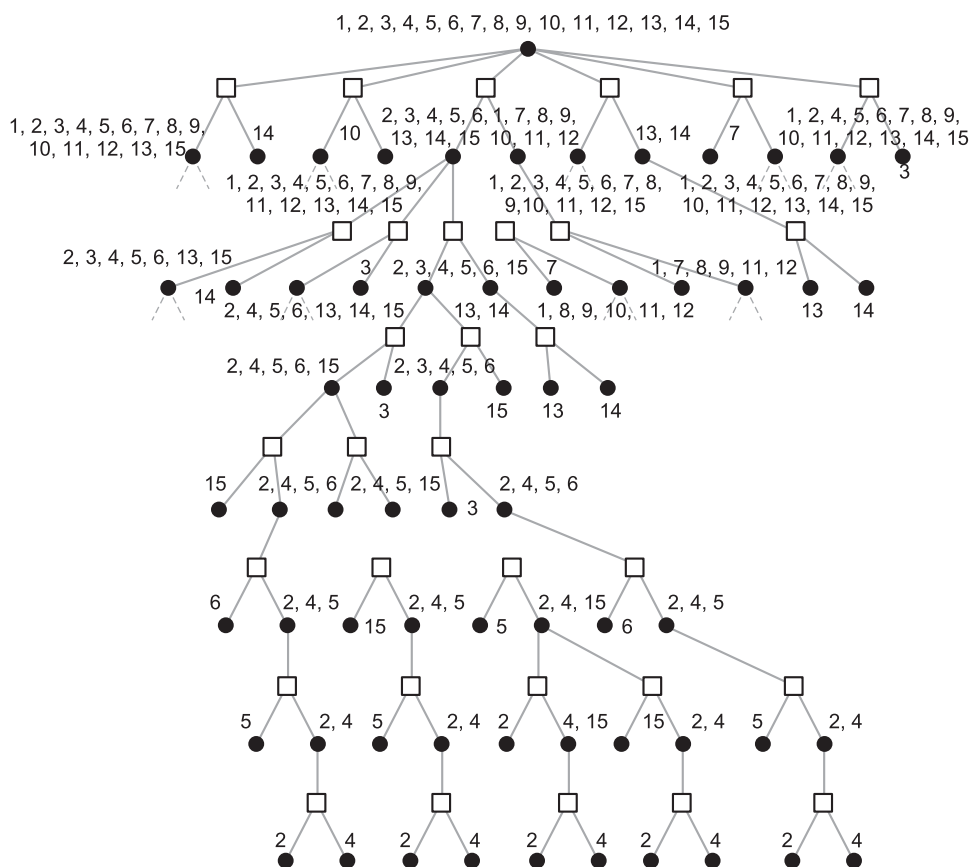


Рис. 3. Структура И-ИЛИ-дерева $T(H_s)$ разрезов гиперграфа H_s (квадратами белого цвета обозначены И-связки)

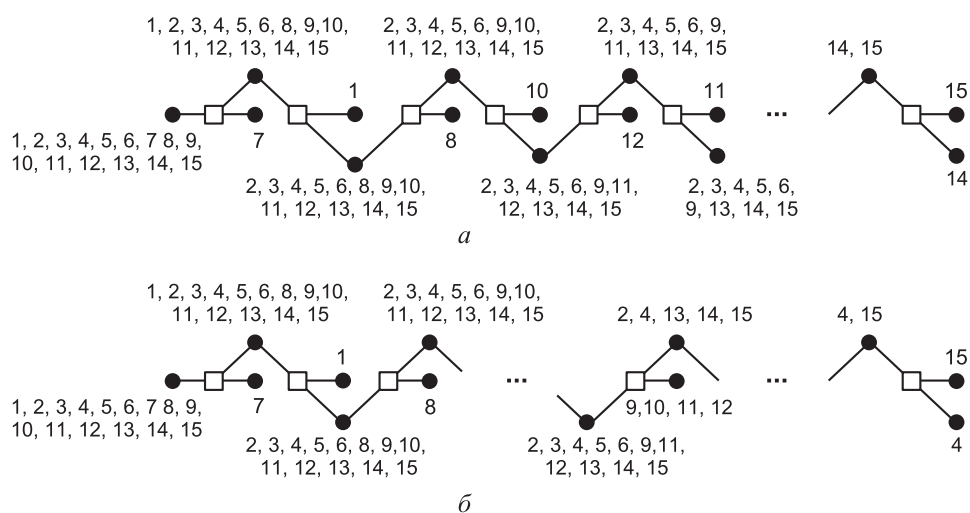


Рис. 4. Линейная (а) и нелинейная (б) последовательности сборки

Совокупность вершин дерева, которая является разбиением множества деталей $X = \{x_i\}_{i=1}^n$, дает описание одноуровневой декомпозиции изделия на сборочные единицы. Многоуровневые разбиения изделия на сборочные единицы можно получить композицией разбиения изделия и его составных частей.

Декомпозиция изделия на сборочные единицы, полученная по дереву $T(H_s)$, представлена на рис. 5. Все элементы декомпозиции являются вершинами дерева $T(H_s)$.

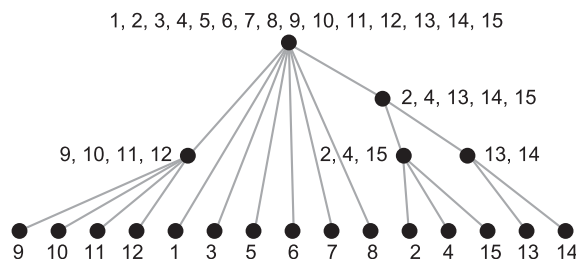


Рис. 5. Декомпозиция приводного вала на сборочные единицы

Структура упорядоченного множества $CT(H)$. Дерево разрезов $T(H)$ можно использовать для организации рациональных процедур анализа геометрических связей конструкции, влияющих на проектные решения сборочного передела.

Обозначим $CT(H)$ как множество всех разрезов s -гиперграфа $H = (X, R)$. Упорядочим разрезания по правилу $\forall (A, B), (C, D) \in CT (A, B) \leq (C, D)$ тогда и только тогда, когда $A \subseteq C$ и $B \subseteq D$ или $A \subseteq D$ и $B \subseteq C$. Легко проверить, что для приведенного отношения выполняются все свойства, обязательные для нестрогого порядка (рефлексивность, антисимметричность и транзитивность). Это превращает множество всех разрезов в упорядоченное множество $(CT(H), \leq)$.

Отметим, что из определения порядкового отношения следует, что последовательность записи координат разрезания не имеет значения, т. е. $(A, B) = (B, A)$ для всех элементов множества CT .

Определение 3. Разрезание (A, B) назовем максимальным, если не существует разрезания (C, D) такого, что $A \subseteq D, B \subseteq C$, либо $A \subseteq C, B \subseteq D$.

Упорядоченное множество $(CT(H), \leq)$ не обладает наибольшим элементом, поскольку не существует такого разрезания гиперграфа H , которое включает в себя любое другое разрезание. Очевидно, что максимальными элементами в множестве $CT(H)$ являются максимальные разрезания гиперграфа H .

Пусть (A, B) — некоторое максимальное разрезание гиперграфа H . Обозначим $CT_{A,B} = \{(C, D) | (C, D) \leq (A, B)\}$ как подмножество упорядоченного множества CT , образованное разрезаниями гиперграфа H , которые меньше (A, B) . Фактически, подмножество $CT_{A,B}$ — главный идеал элемента (A, B) в упорядоченном множестве CT .

Во множестве $(CT(H), \leq)$ выделим разрезания, у которых хотя бы одна координата представляет собой вершину гиперграфа H .

Теорема 3. Пусть x и y — две различные вершины s -гиперграфа $H = (X, R)$ такие, что они образуют максимальные разрезы (F, x) и (G, y) гиперграфа, и, кроме того, $|X| > 2$. Тогда элементы упорядоченных подмножеств $CT_{F,x}$ и $CT_{G,y}$, $CT_{F,x}, CT_{G,y} \subseteq CT(H)$, являются попарно несравнимыми.

◀ Докажем эту простую теорему методом от противного. Пусть существуют два разреза $(A, x) \in CT_{F,x}$ и $(B, y) \in CT_{G,y}$ такие, что $(A, x) \leq (B, y)$. Согласно определению порядка на множестве $CT(H)$, это неравенство может быть справедливо в двух случаях: 1) $A \subseteq B, x \subseteq y$; 2) $A \subseteq y, x \subseteq B$. Первые два включения не могут быть справедливы, поскольку $x \neq y$. Включение $A \subseteq y$ может быть выполнено только при $A = y$. Тогда меньшее разрезание (A, x) принимает вид (x, y) . Это означает, что в гиперграфе H вершины x и y соединены ребром степени 2. По условиям теоремы 3 вершины x и y образуют максимальные разрезы. В соответствии с теоремой 1 каждая из них инцидентна только одному ребру. Последние два ограничения могут быть выполнены только для элементарного гиперграфа, состоящего из одного ребра и двух вершин x и y . Это противоречит исходному предположению о мощности вершин гиперграфа H . ▶

Теорема 4. Пусть (A, B) и (C, D) , $(A, B) \neq (C, D)$ — максимальные разрезы гиперграфа $H = (X, R)$. Тогда упорядоченные множества $CT_{A,B}, CT_{C,D} \subseteq CT(H)$ не имеют общих элементов.

◀ Обозначим r_{AB} и r_{CD} ребра гиперграфа H , удаление которых образуют разрезы (A, B) и (C, D) соответственно. По теореме 2 это единственные ребра, соединяющие порожденные подграфы $[A]$ с $[B]$ и $[C]$ с $[D]$ в гиперграфе H . Поскольку $(A, B) \neq (C, D)$, тогда и $r_{AB} \neq r_{CD}$. Докажем теорему 4 методом от противного. Пусть существует разрезание (E, F) , которое принадлежит одновременно $CT_{A,B}, CT_{C,D}$. Обозначим $r_{EF} = (e, f)$, $e \in E, f \in F$, ребро, при удалении которого получается разрезание (E, F) . Для разрезания (E, F) выполняется $(E, F) \leq (A, B)$ и $(E, F) \leq (C, D)$. Откуда следует $E \subseteq A \cap C$ и $F \subseteq B \cap D$ и $e \in A; f \in B$, т. е. ребро r_{EF} соединяет порожденные подграфы $[A]$ и $[B]$. В силу единственности такого ребра (см. теорему 2) это может выполняться только, если $r_{EF} = r_{AB}$. Аналогично можно показать, что $r_{EF} = r_{CD}$, поэтому $r_{AB} = r_{CD}$. Это противоречит предположению ($r_{AB} \neq r_{CD}$) о несовпадении данных ребер гиперграфа. ▶

Теоремы 3 и 4 раскрывают структуру упорядоченных множеств вида $(CT(H), \leq)$. Любое такое множество является дискретной суммой упорядоченных подмножеств $CT_{A,B}$, порожденных всевозможными максимальными разрезами (A, B) гиперграфа H .

Рассмотрим упорядоченное множество $(CT(H_w), \leq)$, которое порождается всевозможными разрезами s -гиперграфа H_w (рис. 6, а). Это упорядоченное множество имеет пять максимальных элементов, которыми являются максимальные разрезы: $1|2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$; $3|1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$; $6|1, 2, 3, 4, 5, 7, 8$; $7|2, 3, 4, 5, 6, 8$ и $1, 2, 6, 7|3, 4, 5, 8$. Упорядоченное множество $CT_{\{1, 2, 6, 7\}, \{3, 4, 5, 8\}}$, которое порождается разрезанием $1, 2, 6, 7|3, 4, 5, 8$, показано на рис. 6, б.

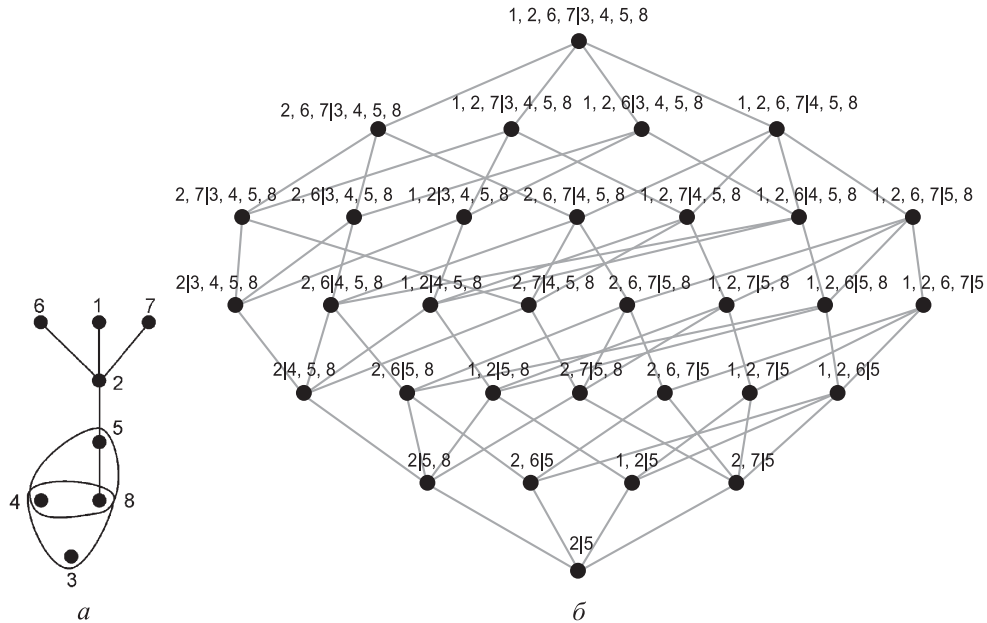


Рис. 6. s -гиперграф H_w (а) и подмножество $ST_{\{1, 2, 6, 7\}, \{3, 4, 5, 8\}}$ упорядоченного множества $ST(H_w)$ (б)

Определение 4. Разрезание (A, B) назовем разрешенным, если A и B не содержат геометрических препятствий, запрещающих реализацию конструктивного фрагмента $A \cup B$. В противном случае разрезание будет запрещенным.

Геометрическая наследственность разрезов. Приведем два утверждения, которые формализуют свойство геометрической наследственности для разрезов.

Утверждение 1. Пусть разрезание (A, B) является разрешенным. Тогда любое разрезание (C, D) , такое, что $(C, D) \leq (A, B)$, является разрешенным.

Утверждение 2. Пусть разрезание (A, B) является запрещенным. Тогда любое разрезание (C, D) , такое, что $(C, D) \geq (A, B)$, является запрещенным.

Эти утверждения представляются эмпирически совершенно достоверными и хорошо согласуются с геометрической интуицией человека. В самом деле, усложнение геометрии любой части запрещенного разрезания не может устранить геометрические препятствия. И наоборот, упрощение геометрии элементов разрешенного разрезания не приводит к появлению новых запрещенных группировок.

Опишем геометрическую наследственность разрезов в терминах цвета. Вершины упорядоченного множества $ST(H)$, отвечающие разрешенным разрезаниям, назовем белыми и будем изображать белыми кружками. Вершины, соответствующие запрещенным разрезаниям, назовем черными и будем изображать черными кружками. Разрезания, статус которых еще не определен, назовем неокрашенными (нераскрытыми) и будем представлять квадратами черного цвета.

Пусть в диаграмме Хассе упорядоченного множества $CT(H)$ вершина g , описывающая некоторое разрезание, окрашена белым цветом. Тогда все элементы главного идеала $I(g) = \{p \in CT(H) \mid p \leq g\}$, порожденного вершиной g , должны иметь белый цвет. Если g окрашена черным цветом, то все вершины главного фильтра $F(g) = \{p \in CT(H) \mid p \geq g\}$, порожденного вершиной g , должны быть черными.

Утверждения 1 и 2 позволяют поставить задачу анализа геометрической разрешимости при сборке как неантагонистическую игру двух лиц (ЛПР и природы) по окрашиванию вершин упорядоченного множества [11].

Приведем правила этой игры в общей ситуации. Дано неокрашенное упорядоченное множество. Ход ЛПР заключается в выборе неокрашенной вершины g , ответ природы — в выборе цвета для этой вершины. Если цвет белый, то все вершины порядкового идеала $I(g)$ вершины g получают белый цвет. Если природа «выбрала» черный цвет, то все вершины порядкового фильтра $F(g)$ окрашиваются черным цветом. Требуется окрасить все вершины упорядоченного множества за минимальное число ходов.

Обозначим эту игру $\Gamma(P)$, где P — произвольное упорядоченное множество. В этой игре выбор цвета для вершины $p = (A, B) \in P$ означает выполнение некоторого геометрического теста, по результатам которого устанавливается возможность или невозможность сборки конструктивных фрагментов A и B , т. е. разрешимость разрезания (A, B) . Это может быть как автоматическая проверка, выполненная методами анализа столкновений (Collision Detection), так и геометрическая экспертиза, исполненная человеком. Цель ЛПР — выбор такой стратегии проверки вершин упорядоченного множества, которая рационально использует потенциал утверждений 1 и 2 и тем самым минимизирует общее число проверок.

Понятно, что окраска разных компонент связности диаграммы Хассе выполняется независимо, поэтому для объективизации всех геометрических ограничений в изделии требуется окрасить упорядоченные подмножества $CT_{A,B}$ для всех максимальных разрезов (A, B) гиперграфа H .

Характеризация правильных окрасок упорядоченных множеств. Введем следующее определение.

Определение 4. Окраску упорядоченного множества, порожденную главными идеалами и фильтрами, назовем правильной.

В любой правильной окраске черные и белые вершины занимают сегрегированное положение и не могут перемешиваться друг с другом. В игровой модели геометрической разрешимости правильная окраска упорядоченных множеств порождалась алгоритмически, заданием последовательности неокрашенных вершин и выбором цвета для каждой из них. Представляет интерес точная характеристика правильно окрашенных упорядоченных множеств.

Пусть (P, \leq) — правильно окрашенное упорядоченное множество, всем вершинам которого присвоен один цвет (белый или черный). Обозначим W

как подмножество белых вершин, а B — подмножество черных вершин данного множества, $W \cup B = P$, $W \cap B = \emptyset$.

Приведем без доказательства важную теорему о свойствах монотонных отображений упорядоченных множеств.

Теорема 5. *Отображение $f: (A, \leq) \rightarrow (B, \leq)$ является монотонным тогда и только тогда, когда ядро отображения $\ker f$ представляет собой стабильное по отношению \leq эквивалентность на множестве (A, \leq) [12].*

Теорема 6. *Окраска упорядоченного множества P является правильной тогда и только тогда, когда множества белых W и черных B вершин являются классами стабильного отношения эквивалентности на P .*

◀ Начнем с необходимости. Пусть имеется правильная окраска $W \cup B = P$, $W \cap B = \emptyset$. Рассмотрим отображение $f: P \rightarrow C_2$, где C_2 представляет собой двухэлементную цепь $(1, 0)$. Пусть образом всех белых вершин служит 0 ($f(w) = 0$, $\forall w \in W$), а образом черных вершин является 1 ($f(b) = 1$, $\forall b \in B$). Согласно определению правильной окраски, в упорядоченном множестве P справедливо $b \leq w$ или $b \parallel w$, а в цепи C_2 выполняется $f(w) = 0 \leq f(b) = 1 \forall b, w$. Поэтому отображение f — монотонное. По теореме 4 множества W (прообразов 0) и B (прообразов 1) образуют стабильное разбиение упорядоченного множества P .

Покажем достаточность. Пусть $f: P \rightarrow C_2$ — монотонное отображение. Согласно теореме 4, ядро $\ker f$ состоит из двух классов $\{r \in P \mid f^{-1}(1)\}$ и $\{p \in P \mid f^{-1}(0)\}$, которые образуют стабильную эквивалентность на P . Окрасим множество вершин $\{r \in P \mid f^{-1}(1)\}$ в черный цвет и будем полагать, что эту окраску порождают главные фильтры всех минимальных элементов из этого множества. Окрасим множество вершин $\{p \in P \mid f^{-1}(0)\}$ белым цветом и будем считать, что эту окраску порождают главные идеалы всех максимальных элементов этого множества. Очевидно, что окраска, созданная описанным способом, является правильной. Покажем, что она непротиворечива. Пусть в P найдутся две черная (b) и белая (w) вершины, такие, что $b \leq w$. Очевидно, что это приводит к появлению в P хотя бы одного цикла, что противоречит стабильности эквивалентности $\ker f$. Поэтому $\forall b \in B$ и $\forall w \in W$ справедливо $b \geq w$ или $b \parallel w$. ▶

Заключение. Координация деталей в составе изделия, которая достигается базированием по конструкторским базам, в общем случае является многоместным отношением и может быть корректно описана в виде s -гиперграфа.

Разрезание s -гиперграфа служит математической моделью множества различных проектных ситуаций в технической подготовке производства. Например, в терминах разрезов можно выразить операции сборки, монтажа, разборки, разбиения на сборочные единицы. Тестовые конфигурации, которые служат для проверки геометрических ограничений при сборке, также представляют собой разрезания.

Множество всех разрезов s -гиперграфа, представленное в виде И–ИЛИ-дерева, является универсальным комбинаторным пространством для генерации проектных решений сборочного передела. По И–ИЛИ-дереву разрезов можно определить любую последовательность сборки, каждая операция которой обладает свойствами секвенциальности и когерентности. Это пространство содержит информацию, необходимую для синтеза декомпозиций изделия на сборочные единицы.

В процессе сборки, разборки и разбиения на сборочные единицы необходимо учитывать геометрические ограничения, которые накладывает конструкция машины или прибора на допустимые перемещения деталей и комплектующих. Для машинного анализа геометрической разрешимости требуется определить тестовые конфигурации, для которых проверка на разрешимость является корректной и необходимой. Такими конфигурациями являются разрезания s -гиперграфа.

Множество всех разрезов s -гиперграфа H можно представить как упорядоченное множество $ST(H)$. Это множество является дискретной суммой упорядоченных подмножеств, порожденных максимальными разрезами гиперграфа H .

В терминах разрезов выполнена формализация свойства геометрической наследственности. Задача анализа геометрической разрешимости при сборке сформулирована как неантагонистическая игра двух лиц, которая заключается в окраске упорядоченного множества $ST(H)$ за минимальное число ходов. Рациональные решения этой игры позволяют минимизировать число геометрических тестов, необходимых для генерации допустимых проектных решений.

Получена точная характеристика правильных окрасок упорядоченных множеств в два цвета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bahubalendruni R., Biswal B. A review on assembly sequence generation and its automation // Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2016. Vol. 230. Iss. 5. P. 824–838. DOI: 10.1177/0954406215584633
2. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // Computer-Aided Design. 2015. Vol. 67–68. P. 58–86. DOI: 10.1016/j.cad.2015.05.001
3. Homem de Mello L., Sanderson A. A basic algorithm for the generation of mechanical assembly sequences // Homem de Mello L., Lee M., eds. Computer-aided mechanical assembly planning. Springer, 1991. P. 163–190.
4. Rashid M., Hutabarat W., Tiwari A. A review on assembly sequence planning and assembly line balancing using soft computing approaches // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2012. Vol. 59. Iss. 1-4. P. 335–349. DOI: 10.1007/s00170-011-3499-8
5. Wang L., Keshavarzmanesh S., Feng H.-Y., Buchal R. Assembly process planning and its future in collaborative manufacturing: a review // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2009. Vol. 41. No. 1-2. P. 132–144. DOI: 10.1007/s00170-008-1458-9

6. Божко А.Н., Родионов С.В. Методы искусственного интеллекта в автоматизированном проектировании процессов сборки // Наука и образование. Научное издание. 2016. № 8. DOI: 10.7463/0816.0844719 URL: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/1032>
7. Божко А.Н. Методы анализа геометрической разрешимости при сборке изделий // Научное издание. 2016. Т. 8. № 5. DOI: 10.15862/82TVN516 URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/82TVN516.pdf>
8. Божко А.Н. Структурные модели собираемости изделий // Наука и образование. Научное издание. 2013. № 10. DOI: 10.7463/1013.0622946 URL: <http://old.technomag.edu.ru/doc/622946.html>
9. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 446 с.
10. Божко А.Н. Комбинаторные модели для сборки и декомпозиции изделий // Наука и образование. Научное издание. 2015. № 10. DOI: 10.7463/1015.0817524 URL: <http://old.technomag.edu.ru/doc/817524.html>
11. Божко А.Н. Геометрическая разрешимость трехмерных сцен // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2013. № 3. С. 76–89.
12. Гуров С.И. Булевы алгебры, упорядоченные множества, решетки. Определения, свойства, примеры. М.: Либроком, 2013. 352 с.

Божко Аркадий Николаевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования» МГТУ им. Н.Э. Баумана, (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Карпенко Анатолий Павлович — д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Системы автоматизированного проектирования» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба сослаться на эту статью следующим образом:

Божко А.Н., Карпенко А.П. Синтез проектных решений для сборки сложных изделий на основе разрезов гиперграфа // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2018. № 3. С. 17–32. DOI: 10.18698/0236-3933-2018-3-17-32

SYNTHESIZING DESIGN SOLUTIONS FOR ASSEMBLING COMPLEX ITEMS ON THE BASIS OF HYPERGRAPH CUTTING

A.N. Bozhko
A.P. Karpenko

bozhkoan@bmstu.ru
apkarpenko@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The study deals with the problem of computer aided assembly planning for complex items. The main trends in this area of information technology are briefly reviewed and as a result, a hypergraph model for the mechanical structure of the item is proposed. The study shows that the model correctly describes coordination of product parts through assembly bases.

Keywords

Computer-aided design, assembly, assembly sequence, assembly unit, decomposition, mechanical structure, geometric solvability, hypergraph

Within the research we introduce the concepts of s -hypergraph and s -hypergraph cutting and show that cutting works as a correct mathematical description for assembly and disassembly operations and test configurations of the item that allow for and require checking for geometric solvability. We introduce a combinatorial space of all s -hypergraph cuts and show that it is a universal generating medium for synthesising assembly sequences and diagrams of decomposition into units. Hence, a property called geometric inheritance during assembly is formalised. Moreover, we state the problem of analysing geometric obstructions during complex item assembly as a two-player (decision maker against nature) non-zero-sum game of colouring vertices of an ordered set using two colours. Rational colouring strategies will minimise the number of direct geometrical checks. Finally, we prove a theorem on the structure of ordered sets generated from s -hypergraph cutting and a theorem on characterisation of correct ordered set colouring options

Received 25.12.2017

© BMSTU, 2018

REFERENCES

- [1] Bahubalendruni R., Biswal B. A review on assembly sequence generation and its automation. *Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, vol. 230, iss. 5, pp. 824–838. DOI: 10.1177/0954406215584633
- [2] Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches. *Computer-Aided Design*, 2015, vol. 67–68, pp. 58–86. DOI: 10.1016/j.cad.2015.05.001
- [3] Homem de Mello L., Sanderson A. A basic algorithm for the generation of mechanical assembly sequences. Homem de Mello L., Lee M., eds. In: *Computer-aided mechanical assembly planning*. Springer, 1991. Pp. 163–190.
- [4] Rashid M., Hutabarat W., Tiwari A. A review on assembly sequence planning and assembly line balancing using soft computing approaches. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2012, vol. 59, no. 1-4, pp. 335–349. DOI: 10.1007/s00170-011-3499-8
- [5] Wang L., Keshavarzmanesh S., Feng H.-Y., Buchal R. Assembly process planning and its future in collaborative manufacturing: a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, vol. 41, no. 1-2, pp. 132–144. DOI: 10.1007/s00170-008-1458-9
- [6] Bozhko A.N., Rodionov S.V. Artificial intelligence methods in computer aided design of assembly processes. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2016, no. 8 (in Russ.). DOI: 10.7463/0816.0844719 Available at: <http://technomag.edu.ru/jour/article/view/1032>
- [7] Bozhko A.N. Methods of analysis of geometric obstacles in the assembly of products. *Naukovedenie*, 2016, vol. 8, no. 5 (in Russ.). DOI: 10.15862/82TVN516 Available at: <https://naukovedenie.ru/PDF/82TVN516.pdf>
- [8] Bozhko A.N. Structural models of product assembly. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2013, no. 10 (in Russ.). DOI: 10.7463/1013.0622946 Available at: <http://old.technomag.edu.ru/doc/622946.html>

- [9] Karpenko A.P. *Sovremennye algoritmy poiskovoy optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennye prirodoy* [Modern search optimization algorithms. Algorithms inspired by nature]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2014. 446 p.
- [10] Bozhko A.N. Combinatorial models for assembly and decomposition of products. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2015, no. 10 (in Russ.). DOI: 10.7463/1015.0817524
Available at: <http://old.technomag.edu.ru/doc/817524.html>
- [11] Bozhko A.N. Geometrical resolvability of three-dimensional scenes. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2013, no. 3, pp. 76–89 (in Russ.).
- [12] Gurov S.I. *Bulevy algebrы, uporyadochennyye mnozhestva, reshetki. Opredeleniya, svoystva, primery* [Boolean algebras, ordered sets, lattices. Definitions, properties, examples]. Moscow, Librokom Publ., 2013. 352 p.

Bozhko A.N. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computer-Aided Design Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Karpenko A.P. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Head of Department of Computer-Aided Design Systems, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Bozhko A.N., Karpenko A.P. Synthesizing Design Solutions for Assembling Complex Items on the Basis of Hypergraph Cutting. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2018, no. 3, pp. 17–32 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3933-2018-3-17-32